

MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 3.11.2005

Tempo concesso: 90 minuti

Tema A

N.B. - Le risposte vanno giustificate, dicendo quali teoremi si applicano, o tramite esempi.

1. Si dica cosa significa $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ e si faccia un grafico di una funzione che goda di questa proprietà. La funzione $x + \sin x$ gode di questa proprietà? Perché?
2. Una funzione limitata in un intorno di un punto x_0 può non avere limite per $x \rightarrow x_0$. Si faccia un esempio di questa situazione. Se viceversa ha limite ℓ finito per $x \rightarrow x_0$, essa è limitata in un intorno di x_0 ? Se sì, dire perché; se no, trovare un controesempio.
3. Si disegnino sull'asse reale i punti che soddisfano la disuguaglianza doppia $0 < |x - 3| < 5$.
4. Si trovino l'immagine e gli estremi superiore e inferiore della funzione $f(x) = \lg \sqrt{x^2 - 3}$. Se ne abbozzi quindi il grafico.
5. Si indichino l'insieme di definizione, l'immagine e un abbozzo del grafico per la funzione $f(x) = \arcsin x$. Quali sono i grafici delle funzioni $g_1 = |\arcsin x|$ e $g_2 = \arcsin |x|$? Queste tre funzioni sono derivabili nel loro insieme di definizione?
6. Se una funzione tende all'infinito per $x \rightarrow 10$, quale infinito si prende per confronto? Si definisca quindi cosa significa che $f(x)$ è un *infinito di ordine k* rispetto a tale infinito di confronto. La funzione $f(x) = (x - 10)^2 - \frac{1}{|x-10|}$ è un infinito per $x \rightarrow 10$? Se sì, di che ordine?
7. Siano f e g due infinitesimi di ordine 1 e 2 rispettivamente per $x \rightarrow x_0$. La funzione $f - g$ è anch'essa un infinitesimo per $x \rightarrow x_0$? Se sì, di che ordine?
8. In un intervallo contenente lo 0, la funzione $x \arctan^2 x \cos x$ cambia di sicuro segno? È un infinitesimo per $x \rightarrow 0$? Se sì, di che ordine?
9. Enunciare il teor. di Lagrange e farne un'interpretazione grafica.
10. Un infinito moltiplicato un infinitesimo potrebbe tendere all'infinito, tendere a zero, tendere a un limite finito, oppure non avere limite. Il candidato faccia un esempio per ciascuno di questi casi.