

## MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 3.11.2005

Tempo concesso: 90 minuti

**Tema C**

**N.B. - Le risposte vanno giustificate, dicendo quali teoremi si applicano, o tramite esempi.**

1. Si dica cosa significa  $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = -\infty$  e si faccia un grafico di una funzione che goda di questa proprietà. La funzione  $f(x) = \frac{1}{|x+5|}$  gode di questa proprietà? Perché?
2. Una funzione limitata in un intorno di un punto  $x_0$  può non avere limite, né finito né infinito, per  $x \rightarrow x_0$ . Si faccia un esempio di questa situazione. Se viceversa ha limite  $\ell$  finito per  $x \rightarrow x_0$ , essa è limitata in un intorno di  $x_0$ ? Se sì, dire perché; se no, trovare un controesempio.
3. Si disegnino sull'asse reale i punti che soddisfano la disuguaglianza doppia  $0 < |x - 2| < 7$ .
4. Si trovino l'immagine e gli estremi superiore e inferiore della funzione  $f(x) = \lg \sqrt{|x - 2|}$ . Se ne abbozzi quindi il grafico.
5. Si indichino l'insieme di definizione, l'immagine e un abbozzo del grafico per la funzione  $f(x) = \arctan x$ . Quale è la sua derivata? Quali sono i grafici delle funzioni  $g_1 = |\arctan x|$  e  $g_2 = \arctan |x|$ ? Queste tre funzioni sono derivabili nel loro insieme di definizione?
6. Se una funzione tende a 0 per  $x \rightarrow -\infty$ , quale infinitesimo si prende per confronto? Si definisca quindi cosa significa che  $f(x)$  è un *infinitesimo di ordine  $k$*  rispetto a tale infinitesimo di confronto. La funzione  $f(x) = (x - 10) - \frac{1}{|x-10|}$  è un infinitesimo per  $x \rightarrow -\infty$ ? Se sì, di che ordine?
7. Siano  $f$  e  $g$  due infinitesimi di ordine 1 e 2 rispettivamente per  $x \rightarrow x_0$ . La funzione  $f \cdot g$  è anch'essa un infinitesimo per  $x \rightarrow x_0$ ? Se sì, di che ordine?
8. In un intervallo contenente lo 0, la funzione  $x \arctan^2 x + \cos x$  cambia di sicuro segno? È un infinitesimo per  $x \rightarrow 0$ ? Se sì, di che ordine?
9. Enunciare il teor. di Weierstrass e presentare poi un caso in cui, pur venendo a cadere una delle ipotesi, tuttavia sussiste ancora la tesi.
10. Sia  $P(x)$  un polinomio di grado dispari. Si dica quale è l'immagine della funzione  $\frac{1}{P(x)}$ .