

MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 3.11.2005

Tempo concesso: 90 minuti

Tema D

N.B. - Le risposte vanno giustificate, dicendo quali teoremi si applicano, o tramite esempi.

1. Si dica cosa significa $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$ e si faccia un grafico di una funzione che goda di questa proprietà. La funzione $f(x) = |x - 2| - 3$ gode di questa proprietà? Perché?
2. La funzione $f(x) = x(\cos x - 5)$ è pari, dispari, periodica? Ha limite per $x \rightarrow +\infty$? E per $x \rightarrow -\infty$? Se sì, quanto valgono?
3. Si disegnino sull'asse reale i punti che soddisfano la disuguaglianza doppia $0 < |x + 2| < 1$.
4. Si trovino l'immagine e gli estremi superiore e inferiore della funzione $f(x) = \lg(\arctan |x - 2|)$. Se ne abbozzi quindi il grafico.
5. Si indichino l'insieme di definizione, l'immagine e un abbozzo del grafico per la funzione $f(x) = \arctan 2x$. Quale è la sua derivata? Quale è la tangente al suo grafico nel punto $(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$?
6. Si dia la definizione di funzione continua in un punto x_0 , e si enunci un teorema che riguarda le funzioni continue in un intervallo.
7. Siano f e g due infinitesimi entrambi del primo ordine per $x \rightarrow 0$. La funzione $f \circ g$ è anch'essa un infinitesimo per $x \rightarrow 0$? Se sì, di che ordine?
8. In un intervallo contenente lo 0, la funzione $x \arctan^2 x + \sin x$ cambia di sicuro segno? È un infinitesimo per $x \rightarrow 0$? Se sì, di che ordine?
9. Enunciare il teor. di Weierstrass e presentare poi un caso in cui, venendo a cadere una delle ipotesi, cade anche la tesi.
10. Sia $P(x)$ un polinomio di grado pari. Si dica se esistono, ed eventualmente quanto valgono i limiti per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow -\infty$ della funzione $P(x) - \sin x$.