

M165sett.tex

5a settimana

Inizio 2006/10/30

Definizione di **funzione convessa e concava** (data come funzione che è sempre al di sotto della secante): preferibile quella del libro che parla di funzione al di sopra della tangente (p. 191).

Definizione di punto di flesso e teorema sulla derivata seconda e la convessità (senza dim.)

Definizione di **asintoto** (p. 194)

Esempi (pp. 196-198)

Proposte di alcune funzioni delle quali si vede subito l'andamento. Valutazione qualitativa (prima di fare calcoli) dei limiti, sfruttando la rapidità della tendenza a zero o all'infinito di un termine (o di un fattore) rispetto ad un altro.

Studio della famiglia $f(x) = x^3 - ax$ al variare del parametro a . Studio dei flessi, dei massimi e minimi, degli zeri, della convessità, della simmetria.

Studio della famiglia di funzioni $x^\alpha \lg x$ al variare del parametro α (per casa).

Studio di $f(x) = x\sqrt{1-x^2} = x\sqrt{(1-x)(1+x)}$ con particolare riguardo all'attacco in $x = 1$ (da destra)

Teor. di Lagrange, con attenzione alla dimostrazione volutamente errata.

Esempio di funzione che è continua in un punto, ma non ha la derivata prima ($f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ prolungata per continuità nello 0).

Esempio di funzione che ha la derivata prima che non è continua in un punto ($f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ prolungata per continuità nello 0).

Importanti gli esempi ed esercizi da p. 200 a p. 217.

Enunciato del teor. di Taylor (sul libro non c'è):

Sia $f(x)$ una funzione con (almeno) tre derivate nel punto x_0 ; allora in un intorno di tale punto

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + R_3((x-x_0))$$

dove R è una funzione che tende a 0 per $x \rightarrow x_0$ più rapidamente dell'ultimo termine scritto.

(niente dim.)

In generale, se la funzione ha n derivate, per gli x in un opportuno intorno di x_0 vale la formula

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \dots + R_n((x-x_0))$$

2

dove R è una funzione che tende a 0 per $x \rightarrow x_0$ più rapidamente dell'ultimo termine scritto (cioè del termine che lo precede).

Scrittura della formula di Taylor per il seno:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!}(x - x_0)^3 + \frac{x^5}{5!}(x - x_0)^5 + R$$

Notare il significato della locuzione *seno di x somiglia ad x* .

Non fa parte del programma d'esame: la dim. della prop. 63.