

## MATEMATICA 1 a. a. 2006-2007

Ingegneria elettrotecnica e Ingegneria energetica

Prova parziale dell'8.11.2007 **Tema B** Tempo concesso: 90 minuti

1. Si dia la definizione dell'espressione

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 4$$

e si abbozzi un grafico di una funzione che goda di questa proprietà.

2. Si tracci il grafico delle seguenti funzioni:

$$\cos(x+2) \quad \cos|x+2| \quad |\cos(x+2)|$$

3. Studiare la funzione

$$e^{\frac{x+1}{x-1}}$$

(insieme di definizione, immagine, limiti, eventuali massimi e minimi, crescita e decrescita, continuità e derivabilità, eventuali attacchi, abbozzo del grafico)

4. Si traccino, al variare del parametro  $a$ , i grafici delle funzioni seguenti:

$$f(x) = x^\alpha,$$

dove  $\alpha$  è un parametro reale  $> 0$ . Hanno un massimo e un minimo assoluti? È contraddetto il teor. di Weierstrass? Perché?

5. La funzione

$$f(x) = \lg x + e^{-x} + \arctan x$$

si annulla certamente in un punto dell'intervallo aperto  $]0, 1[$ . Perché?

6. Dire se è vero o falso il seguente asserto: "La derivata di una funzione pari è una funzione pari". Se sì dimostrarlo, se no, trovare un controesempio.

7. Le funzioni

$$f_1(x) = x, \quad f_2(x) = \sin x, \quad f_3(x) = e^x - 1$$

hanno nel punto  $x = 0$  la stessa tangente. Perché?

8. Dire se sono veri o falsi i seguenti asserti, giustificando la risposta:

- Una funzione continua in un punto  $x_0$  è derivabile in quel punto.
- Una funzione derivabile in un punto  $x_0$  è continua in quel punto.

9. Si dia la definizione di *funzione crescente*.

Una funzione composta di due funzioni crescenti è crescente? Se sì, dimostrarlo, se no, trovare un controesempio.

10. Enunciare la regola di L'Hôpital nel caso  $\frac{0}{0}$ .