

---

MATEMATICA 1 a. a. 2006-2007

Ingegneria elettrotecnica e Ingegneria energetica

Prova parziale dell'8.11.2007 **Tema C** Tempo concesso: 90 minuti

1. Si dia la definizione dell'espressione  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  e si abbozi il grafico di una funzione che goda di questa proprietà.

2. Si traccino, al variare del parametro reale e positivo  $k$ , i grafici delle funzioni seguenti:

$$f(x) = x^{-k}$$

Hanno un massimo e un minimo assoluti sull'intervallo  $[1, 2]$ . Perché?

3. Si tracci il grafico delle seguenti funzioni:

$$\cos x, \quad \cos |x|, \quad |\cos x|, \quad |\cos |x||$$

Tra tali funzioni ce ne sono di pari? Giustificare la risposta.

4. La funzione

$$f(x) = x + e^{-x} + \arctan x - \frac{3}{2}$$

si annulla certamente in un punto dell'intervallo chiuso  $[0, 1]$ . Perché?

5. Le funzioni  $\cos x$ ,  $x \sin^2 x$ ,  $\arctan^2 x$  hanno nel punto  $x = 0$  la stessa derivata? Hanno nel punto  $x = 0$  la stessa tangente? Giustificare le risposte.

6. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{2x^3 + x^2}{x^2 - 9}$$

(insieme di definizione, immagine, limiti, eventuali massimi e minimi, crescita e decrescenza, continuità e derivabilità, eventuali attacchi, eventuali asintoti, abbozzo del grafico)

7. Dire se è vero o falso il seguente asserto: "La derivata di una funzione dispari è una funzione dispari". Se sì, dimostrarlo, se no, trovare un controesempio.

8. Dare un esempio di una funzione che non ha limite, né finito né infinito, né destro né sinistro per  $x \rightarrow 0$ .

9. Dire se sono veri o falsi i seguenti asserti, giustificando la risposta:

- Se una funzione derivabile  $f(x)$  ha derivata  $f'(x) > 0$  per ogni punto  $x$  di un intervallo  $[a, b]$ , allora è crescente in  $[a, b]$ .
- Se una funzione derivabile  $f(x)$  è crescente nell'intervallo  $[a, b]$ , allora  $\forall x \in [a, b]$  è  $f'(x) > 0$ .

10. Si enunci il teor. di Rolle.