

MATEMATICA 1 a. a. 2006-2007

Ingegneria elettrotecnica e Ingegneria energetica

Prova parziale dell'8.11.2007 **Tema D** Tempo concesso: 90 minuti

1. Si dia la definizione dell'espressione $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ e si abbozzi il grafico di una funzione che goda di questa proprietà.

2. Si studi la funzione

$$f(x) = \lg \sqrt{\sin x}$$

3. Se una funzione derivabile è periodica, la sua derivata è ancora periodica? Se sì, dimostrarlo, se no, trovare un controesempio.

4. Si tracci il grafico delle funzioni

$$\sin(x - 5) \quad \sin |x - 5| \quad |\sin(x - 5)| \quad |\sin |x - 5||$$

5. La funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ assume valori positivi e negativi, eppure non assume mai il valore 0. Questo è in contraddizione col teorema di "tutti i valori compresi"? Perché?

6. Le funzioni $\cos x$, $x^2 + 1$, $-x^2 + 1$, $\cosh x$ hanno massimi assoluti? hanno minimi assoluti? Se sì, dove? Come si fa a distinguere un massimo da un minimo?

7. Enunciare il teor. di Lagrange (o del valor medio).

8. Dire se sono veri o falsi i seguenti asserti, giustificando la risposta:

- Una funzione continua in un punto x_0 è derivabile in quel punto.
- Una funzione derivabile in un punto x_0 è continua in quel punto.

9. Come si risolvono i casi di indeterminazione del tipo $f(x)^{g(x)}$ quando $f(x) \rightarrow 1$ e $g(x) \rightarrow \infty$? Proporre un caso concreto in cui si verifica questa situazione e risolverlo.

10. Una funzione composta di una funzione crescente e di una decrescente è crescente? è decrescente? non gode né dell'una né dell'altra proprietà? Giustificare la propria risposta con dimostrazioni o controesempi.