M176sett.tex

6a settimana

Inizio 5/11/2007

5.11.2007: Esercitazione in classe in vista della prima prova parziale (vd. M17siI.pdf)

6.11.2007 Correzione dell'esercitazione in classe.

Calcolare la derivata di $f(x) = \arctan(\arccos x^2)$
Tale funzione è definita solo per $0 \leq x^2 \leq 1$, cioè per $-1 \leq x \leq 1$, ed è una funzione pari. La guardiamo solo per $x \geq 0$. L'arcocoseno di x^2 risulta (decrescente e) limitato tra 0 e $\pi/2$. Pertanto $\arctan(\arccos x^2)$ risulta (decrescente e) limitata tra 0 e $\arctan \frac{\pi}{2}$. Notiamo che $\arctan(\arccos 0) < \arccos 0$.
Risulta $f'(x) = \frac{1}{1+\arccos^2 x^2} \cdot (-\frac{1}{\sqrt{1-x^4}}) \cdot 2x$. Si annulla solo in $x = 0$.

La retta normale ad un grafico è perpendicolare alla retta tangente, e quindi ha come coefficiente angolare $-\frac{1}{m}$. Perciò se la tangente al grafico di $f(x)$ nel punto $(x_0, f(x_0))$ non è orizzontale, la normale non è verticale, e il suo coefficiente angolare è $-\frac{1}{f'(x_0)}$.

Funzioni iperboliche e loro derivate (Attenzione: non ci sono sul libro):

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

L'una è la derivata dell'altra. La tangente iperbolica è il quoziente $\sinh x / \cos hx$, ed ha un andamento come l'arcotangente, solo che ha limiti -1 e +1 per $x \to \pm\infty$ rispettivamente.

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin x}{\tan x - x}$$

si deriva due volte, e viene $\frac{1}{2}$.

A volte la regola di L'Hôpital non si può applicare subito, perché non dà risultato immediato.
Esempio (p. 176):

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$$

Derivando si peggiorano le cose, e quindi non è opportuno. Ponendo invece $\frac{1}{x} = t$ si ha

$$\lim_{t\to-\infty} t^2 e^t = \lim_{t\to-\infty} \frac{t^2}{e^{-t}} = H = 0.$$

Studio della famiglia $f(x) = e^{ax^2}$ al variare del parametro a.

7.11.2007: Esercitazione in classe avente valore di prova parziale (vd. M17IcoA.pdf, M17IcoB.pdf, M17IcoC.pdf, M17IcoD.pdf; i file da E ad H hanno gli stessi esercizi, cambiati di ordine)

8.11.2007

Correzione e commento dell'esercitazione in classe.

Asintoti (p. 104)

Ripresa degli infinitesimi; definizione di parte principale e di differenziale (p. 224).

Formule di Taylor e di McLaurin (p. 224 fino all a metà di p. 227

Perché non si possono calcolare $\lim x \to 0 \frac{\sin x}{x}$ e $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$ con la regola di L'Hôpital?
Perché qusti due limiti vengono utilizzati nel calcolo delle derivate del seno e di e^x (queste seconda derivata è stata dimostrata in classe).

Studio delle funzioni

$$f(x) = x + x \lg|x+1| + \lg|x+1| \tag{1}$$

$$f(x) = |x^2 - 9| + \lg x \tag{2}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{4} - \lg|x-1| \tag{3}$$

$$f(x) = \tan x + 2\lg(\cos x) \tag{4}$$

****

Non fanno parte del programma d'esame: da metà di p. 227 a p. 230.