
 MATEMATICA 1 a. a. 2007-2008

Ingegneria elettrotecnica e Ingegneria energetica

 Prova d'esame dell'11.12.2007 **Tema B** Tempo concesso: 2 ore e mezza

N. B. - Le risposte vanno giustificate mediante dimostrazioni o controesempi

1. Studiare la funzione

$$e^{\left|\frac{x-1}{x}\right|}$$

(insieme di definizione, immagine, continuità, derivabilità, crescita, decrescenza, massimi, minimi, flessi, limiti della derivata, eventuali asintoti, abbozzo del grafico).

2. Scrivere lo sviluppo di McLaurin della funzione

$$f(x) = \lg(1 + x^2)$$

3. Il grafico di una funzione derivabile
- f
- incontra l'asse delle
- x
- in un punto
- x_0
- ed è
- $f'(x_0) = -3$
- . Si dica se
- f
- è infinitesima per
- $x \rightarrow x_0$
- , e in caso positivo, di che ordine. Giustificare le risposte.
-
4. Enunciare la regola di L'Hospital nel caso
- $\frac{\infty}{\infty}$
- . Esporre un caso concreto in cui una forma indeterminata del tipo
- 1^∞
- è stata ricondotta ad una forma del tipo
- $0 \cdot \infty$
- e quindi ad una del tipo
- $\frac{\infty}{\infty}$
- .
-
5. Avendo in mente il teor. di Torricelli e il grafico della funzione esponenziale, dimostrare che la funzione

$$F(x) = \int_0^x e^{\sin u} du - x$$

 ha un minimo in $x = 0$.

6. Calcolare

$$\int_1^4 \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx.$$

7. Dire cosa significa

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -\infty$$

e scrivere l'espressione di una funzione che gode di questa proprietà

Quando due infinitesimi si dicono "simultanei"? E quando due infinitesimi simultanei si dicono "non confrontabili"?

Si dia un esempio di due infinitesimi simultanei non confrontabili.

8. Data la funzione
- $f(x) = 1 - \cos^2(2x)$
- , dire quale polinomio di secondo grado la approssima meglio in un intorno di
- $x = 0$
- .
-
9. Dati gli insiemi
- $A = \{1, 12\}$
- ,
- $B = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 10\}$
- ,
- $C = A \cup B$
- , dire se
- A
- ,
- B
- e
- C
- hanno massimo, se hanno minimo, e in caso positivo, trovare tali eventuali massimi e minimi.
-
10. Enunciare e dimostrare il teor. di Rolle.
-
11. Data la funzione
- $f(x) = \lg |\lg |x - 1||$
- , dire se vi sono dei punti in cui il grafico non ha tangente e in caso positivo trovarli.
-
12. Calcolare l'area compresa tra l'asse
- x
- e il grafico di
- $x^2 \lg x$
- per
- $1 \leq x \leq 4$
- .