

## MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 7.11.2007.

Tempo concesso: 75 minuti

**N. B.: le risposte vanno giustificate con dimostrazioni o controesempi**

**Tema A**

1. Si dia un esempio di una funzione  $f(x)$  definita e limitata nell'intervallo  $[a, b]$  che non ha limite (sinistro) per  $x \rightarrow b$ .
2. Si studi la funzione  $f(x) = x^2 \sin x - 5$  (insieme di definizione, eventuale parità o disparità, eventuale periodicità, limiti per  $x \rightarrow +\infty$  e per  $x \rightarrow -\infty$ , crescenza, derivata, abbozzo qualitativo del grafico).
3. Una funzione strettamente decrescente in un intervallo e ivi derivabile, ha derivata sempre strettamente negativa. V  F
4. Si dica cosa significa  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  e si faccia un grafico di una funzione che goda di questa proprietà (eventualmente se ne scriva anche l'equazione).
5. Sia  $f(x)$  un infinitesimo del secondo ordine per  $x \rightarrow x_0$ , sia  $x_0$  un punto interno al suo intervallo di definizione e sia  $f(x_0) = 0$ . Tale funzione è derivabile in  $x_0$ ?
6. Si dia la definizione di punto di flesso. Un polinomio di grado dispari ha sempre un punto di flesso? Perché?
7. La funzione  $f$  ha limite  $\ell$  finito per  $x \rightarrow x_0$ ; è limitata in un intorno destro di  $x_0$ ? Se sì, dire perché; se no, trovare un controesempio.
8. Il limite della somma è sempre uguale alla somma dei limiti, quando questi esistono e sono finiti entrambi? E viceversa, se esiste il limite per  $x \rightarrow x_0$  di una somma di due funzioni  $f_1$  ed  $f_2$ , esistono i limiti dei singoli addendi per  $x \rightarrow x_0$ ?
9. Un polinomio di grado dispari ha almeno una radice reale. Perché?
10. Si enunci la regola di L'Hôpital e quindi si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{\sin x - x}$$

11. La funzione  $f(x) = |\arcsin x|$  ha un valore minimo? Se sì, quanto vale e dove lo assume? e la sua derivata ha un valore minimo? Qual è l'immagine della sua derivata?