

## MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 7.11.2007.

Tempo concesso: 75 minuti

**N. B.: le risposte vanno giustificate con dimostrazioni o controesempi**

## Tema B

1. Si dica cosa significa  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  e si faccia un grafico di una funzione che goda di questa proprietà.
2. Si dia la definizione di derivata di una funzione  $f$  in un punto  $x_0$ . Una funzione derivabile in un punto è ivi sempre continua?
3. Si dia la definizione di funzione limitata e si dica se la derivata della funzione  $f(x) = \arctan x$  è limitata.
4. Siano  $f$  e  $g$  due funzioni che hanno limite (finito oppure no) per  $x \rightarrow \infty$ . Si citi un caso in cui il loro prodotto  $f \cdot g$  non ha limite.
5. Si faccia un pezzo di grafico di tre funzioni che evidenzino il fatto che sono per  $x \rightarrow x_0$ , rispettivamente, un infinitesimo di ordine 1, un infinitesimo di ordine inferiore a 1, un infinitesimo di ordine superiore a 1.
6. Studiare la funzione  $f(x) = \sqrt{\lg(\arctan x)}$  (ins. di def., limiti, crescita, eventuali massimi e minimi, segno, abbozzo del grafico). La  $f$  è limitata?
7. Se  $f$  è una funzione definita e limitata su tutto  $\mathbb{R}$ , e invece  $g$  è una funzione definita ma non limitata su tutto  $\mathbb{R}$ , la funzione  $f \circ g$  è limitata su tutto  $\mathbb{R}$ ? E la funzione  $g \circ f$  è limitata su  $\mathbb{R}$ ?
8. Sia  $g$  derivabile in  $x = 0$ ; si dica se è vera o falsa ciascuna delle seguenti asserzioni: 1)  $|g|$  è derivabile in 0; 2)  $|g|$  è continua in 0; 3)  $|g|$  non è derivabile in 0; 4) esiste  $g''(0)$ .
9. Si enunci il teor. di Weierstrass e si trovino degli esempi per i quali, se non è soddisfatta una delle ipotesi, non è soddisfatta neanche la tesi.
10. La funzione  $\frac{\arctan 3x}{x} + \frac{1}{x}$  ha limite (finito) per  $x \rightarrow 0$ ? Se sì, quanto vale? E ha limite (finito) per  $x \rightarrow -\infty$ ? Se sì, quanto vale?
11. Una funzione con derivata strettamente positiva in un intervallo  $[a, b]$  ha limite per  $x \rightarrow a^+$ ?