

## MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 7.11.2007.

Tempo concesso: 75 minuti

**N. B.: le risposte vanno giustificate con dimostrazioni o controesempi**

## Tema C

1. Si dica cosa significa  $\lim_{x \rightarrow -1^-} = -\infty$  e si scriva una funzione che gode di questa proprietà.
2. Si dia la definizione di derivabilità di una funzione nel punto  $x_0$  e si dimostri che la funzione  $f(x) = \sqrt{|x-1|}$  non ha derivata (finita) destra in  $x = 1$ .
3. Si studi la funzione  $f(x) = \frac{e^{2 \cos x}}{\cos x}$  (ins. di def., crescita, decrescenza, limiti, eventuali massimi e minimi relativi e/o assoluti, eventuale parità o periodicità, esistenza di flessi, abbozzo del grafico).
4. Come si comportano le rette tangenti nel punto  $(x_0, f(x_0))$  ai grafici di funzioni che sono infinitesime rispettivamente di ordine  $k = 1/2$ ,  $k = 1$ ,  $k = 10$  per  $x \rightarrow x_0$ ? Fare un grafico illustrativo.
5. Si enunci la regola di L'Hôpital nel caso  $\frac{\infty}{\infty}$ .
6. Si enunci il teor. di Weierstrass e si faccia un esempio di funzione continua su un intervallo limitato che non ha né max né min.
7. Si scriva l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 3 al grafico della funzione  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2} - \lg(x - 1)$ .
8. Nei punti di massimo e minimo della derivata prima ci sono punti di flesso per la funzione. Si verifichi questo fatto per la funzione  $\arccos x$ .
9. Quale infinitesimo di confronto si sceglie per valutare l'ordine di un infinitesimo per  $x \rightarrow 3$ ? Se  $f$  è un infinitesimo per  $x \rightarrow 3$ , la funzione  $f(x) \cdot e^{\sin(x-3)}$  è del pari un infinitesimo? E  $f(x) \cdot e^{-\frac{1}{\sin|x-3|}}$ ?
10. Si consideri la funzione  $f(x) = e^{2x}$  sull'intervallo  $[0, 1]$ , e si trovino i punti la cui esistenza è assicurata dal teor. di Lagrange. Si poteva indovinare subito che ce n'è uno solo?
11. Perché non esistono punti in cui la derivata di  $\arctan x$  vale 2?