

MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 7.11.2007.

Tempo concesso: 75 minuti

N. B.: le risposte vanno giustificate con dimostrazioni o controesempi

Tema D

1. Si dica cosa significa $\lim_{x \rightarrow 2^+} = \infty$ e si scriva una funzione che gode di questa proprietà.
2. Si dia la definizione di derivata di una funzione nel punto x_0 ; la funzione $\lg(\arccos x)$ ha derivata limitata nell'insieme in cui esiste?
3. Si studi la funzione $f(x) = \frac{e^x}{\cos x}$ (ins. di def., crescita, decrescenza, limiti, eventuali massimi e minimi relativi e/o assoluti, immagine, eventuale parità o periodicità, esistenza di flessi, abbozzo del grafico).
4. Si $f(x)$, definita e continua in $[-2, 5]$, un infinitesimo di ordine $2/3$ per $x \rightarrow 3$. Si abbozzi un grafico di una funzione che gode di questa proprietà. Che inclinazione ha la sua tangente nel punto $(3, f(3))$?
5. Si enunci la regola di L'Hôpital nel caso $\frac{0}{0}$.
6. Può esistere una funzione definita e continua su $[-1, 1]$ che vale 2 in $x = -1$ e in $x = 1$ e non abbia nessun punto in cui la derivata è nulla? Sì No
7. Si scriva l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 5 al grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 2} - \lg(x - 1)$.
8. Nei punti di massimo e minimo della derivata prima ci sono punti di flesso per la funzione. Si verifichi questo fatto per la funzione $\arctan x$.
9. Quale infinitesimo di confronto si sceglie per valutare l'ordine di un infinitesimo per $x \rightarrow 3$? Se f è un infinitesimo per $x \rightarrow 3$, la funzione $f(x) \cdot e^{\sin(x-3)}$ è del pari un infinitesimo? E $f(x) \cdot e^{-\frac{1}{\sin|x-3|}}$?
10. Si consideri la funzione $f(x) = e^{-2x}$ sull'intervallo $[0, 1]$, e si trovino i punti la cui esistenza è assicurata dal teor. di Lagrange. Si poteva indovinare subito che ce n'è uno solo?
11. Esistono punti in cui la derivata di $\arccos x$ vale -2 ?