

MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 7.11.2007.

Tempo concesso: 75 minuti

N. B.: le risposte vanno giustificate con dimostrazioni o controesempi

Tema E

1. Un polinomio di grado dispari ha almeno una radice reale. Perché?
2. Si enunci la regola di L'Hôpital e quindi si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{\sin x - x}$$

3. La funzione $f(x) = |\arcsin x|$ ha un valore minimo? Se sì, quanto vale e dove lo assume? e la sua derivata ha un valore minimo? Qual è l'immagine della sua derivata?
4. Si dica cosa significa $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ e si faccia un grafico di una funzione che goda di questa proprietà (eventualmente se ne scriva anche l'equazione).
5. Si dia un esempio di una funzione $f(x)$ definita e limitata nell'intervallo $[a, b]$ che non ha limite (sinistro) per $x \rightarrow b$.
6. Si studi la funzione $f(x) = x^2 \sin x - 5$ (insieme di definizione, eventuale parità o disparità, eventuale periodicità, limiti per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow -\infty$, crescenza, derivata, abbozzo qualitativo del grafico).
7. Una funzione strettamente decrescente in un intervallo e ivi derivabile, ha derivata sempre strettamente negativa. V F .
8. Sia $f(x)$ un infinitesimo del secondo ordine per $x \rightarrow x_0$, sia x_0 un punto interno al suo intervallo di definizione e sia $f(x_0) = 0$. Tale funzione è derivabile in x_0 ?
9. Si dia la definizione di punto di flesso. Un polinomio di grado dispari ha sempre un punto di flesso? Perché?
10. La funzione f ha limite ℓ finito per $x \rightarrow x_0$; è limitata in un intorno destro di x_0 ? Se sì, dire perché; se no, trovare un controesempio.
11. Il limite della somma è sempre uguale alla somma dei limiti, quando questi esistono e sono finiti entrambi? E viceversa, se esiste il limite per $x \rightarrow x_0$ di una somma di due funzioni f_1 ed f_2 , esistono i limiti dei singoli addendi per $x \rightarrow x_0$?