

MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 7.11.2007.

Tempo concesso: 75 minuti

N. B.: le risposte vanno giustificate con dimostrazioni o controesempi

Tema G

1. Si enunci il teor. di Weierstrass e si faccia un esempio di funzione continua su un intervallo limitato che non ha né max né min.
2. Si scriva l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 3 al grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 2} - \lg(x - 1)$.
3. Nei punti di massimo e minimo della derivata prima ci sono punti di flesso per la funzione. Si verifichi questo fatto per la funzione $\arccos x$.
4. Quale infinitesimo di confronto si sceglie per valutare l'ordine di un infinitesimo per $x \rightarrow 3$? Se f è un infinitesimo per $x \rightarrow 3$, la funzione $f(x) \cdot e^{\sin(x-3)}$ è del pari un infinitesimo? E $f(x) \cdot e^{-\frac{1}{\sin|x-3|}}$?
5. Si consideri la funzione $f(x) = e^{2x}$ sull'intervallo $[0, 1]$, e si trovino i punti la cui esistenza è assicurata dal teor. di Lagrange. Si poteva indovinare subito che ce n'è uno solo?
6. Perché non esistono punti in cui la derivata di $\arctan x$ vale 2?
7. Si dica cosa significa $\lim_{x \rightarrow -1^-} = -\infty$ e si scriva una funzione che gode di questa proprietà.
8. Si dia la definizione di derivabilità di una funzione nel punto x_0 e si dimostri che la funzione $f(x) = \sqrt{|x - 1|}$ non ha derivata (finita) destra in $x = 1$.
9. Si studi la funzione $f(x) = \frac{e^{2 \cos x}}{\cos x}$ (ins. di def., crescita, decrescenza, limiti, eventuali massimi e minimi relativi e/o assoluti, eventuale parità o periodicità, esistenza di flessi, abbozzo del grafico).
10. Come si comportano le rette tangenti nel punto $(x_0, f(x_0))$ ai grafici di funzioni che sono infinitesime rispettivamente di ordine $k = 1/2$, $k = 1$, $k = 10$ per $x \rightarrow x_0$? Fare un grafico illustrativo.
11. Si enunci la regola di L'Hôpital nel caso $\frac{\infty}{\infty}$.