

## MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale del 7.11.2007.

Tempo concesso: 75 minuti

**N. B.: le risposte vanno giustificate con dimostrazioni o controesempi**

## Tema H

1. Può esistere una funzione definita e continua su  $[-1, 1]$  che vale 2 in  $x = -1$  e in  $x = 1$  e non abbia nessun punto in cui la derivata è nulla?  
Sì  No
2. Si scriva l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 5 al grafico della funzione  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2} - \lg(x - 1)$ .
3. Nei punti di massimo e minimo della derivata prima ci sono punti di flesso per la funzione. Si verifichi questo fatto per la funzione  $\arctan x$ .
4. Quale infinitesimo di confronto si sceglie per valutare l'ordine di un infinitesimo per  $x \rightarrow 3$ ? Se  $f$  è un infinitesimo per  $x \rightarrow 3$ , la funzione  $f(x) \cdot e^{\sin(x-3)}$  è del pari un infinitesimo? E  $f(x) \cdot e^{-\frac{1}{\sin|x-3|}}$ ?
5. Si consideri la funzione  $f(x) = e^{-2x}$  sull'intervallo  $[0, 1]$ , e si trovino i punti la cui esistenza è assicurata dal teor. di Lagrange. Si poteva indovinare subito che ce n'è uno solo?
6. Esistono punti in cui la derivata di  $\arccos x$  vale -2?
7. Si dica cosa significa  $\lim_{x \rightarrow 2^+} = \infty$  e si scriva una funzione che gode di questa proprietà.
8. Si dia la definizione di derivata di una funzione nel punto  $x_0$ ; la funzione  $\lg(\arccos x)$  ha derivata limitata nell'insieme in cui esiste?
9. Si studi la funzione  $f(x) = \frac{e^x}{\cos x}$  (ins. di def., crescita, decrescenza, limiti, eventuali massimi e minimi relativi e/o assoluti, immagine, eventuale parità o periodicità, esistenza di flessi, abbozzo del grafico).
10. Si  $f(x)$ , definita e continua in  $[-2, 5]$ , un infinitesimo di ordine  $2/3$  per  $x \rightarrow 3$ . Si abbozzi un grafico di una funzione che gode di questa proprietà. Che inclinazione ha la sua tangente nel punto  $(3, f(3))$ ?
11. Si enunci la regola di L'Hôpital nel caso  $\frac{0}{0}$ .