Scuola Interateneo di Specializzazione per la Formazione degli Insegnanti della Scuola Secondaria del Veneto
ANNO ACCADEMICO 2005-2006
INDIRIZZO SCIENTIFICO TECNOLOGICO

DIDATTICA DELLA MATEMATICA - LUCIDI DELLE LEZIONI

Docente Margherita Motteran
aprile 2006

1. Qualche elemento di geometria dello spazio

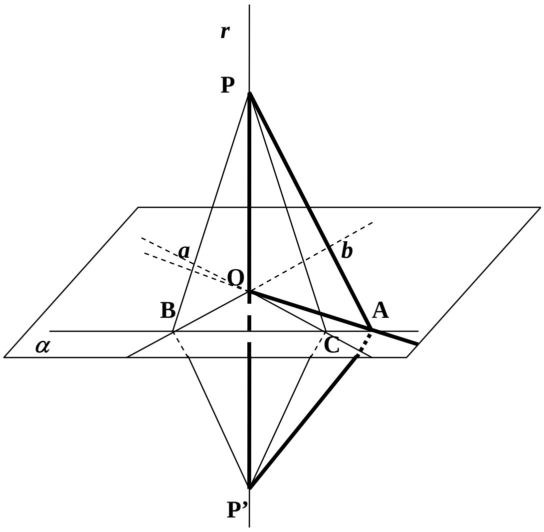
In questa lezione si presenteranno soltanto alcuni elementi di geometria dello spazio, che ogni specializzando potrà integrare, se lo riterrà opportuno, consultando un manuale di geometria per la scuola secondaria di secondo grado.

Fascio di rette: in un piano, fissato un punto *P*, il *fascio di rette di centro P* è l'insieme di tutte e sole le rette del piano che passano per il punto *P*.

Fascio di piani: insieme dei piani passanti per una stessa retta.

Stella di rette: insieme delle rette (dello spazio) passanti per uno stesso punto.

Individuazione di un piano in particolare relazione con una predeterminata retta *r*.



Siano a,b $\perp$ *r* O = $a \cap b$

OP $\equiv$ *OP'* $\Rightarrow \begin{cases} AP \equiv AP' \\ BP \equiv BP' \end{cases}$

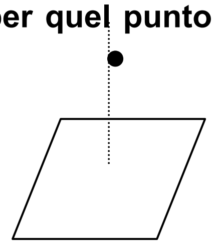
$\Rightarrow$ *ABP* $\equiv$ *ABP'* (triangoli)
$\Rightarrow$ *PBA* $\equiv$ *P'BA* (angoli)
Qualsiasi retta del piano passante per O interseca la retta AB in un punto che denotiamo C
BPC $\equiv$ BP'C (triangoli) $\Rightarrow$ *PC* $\equiv$ *P'C*
$\Rightarrow$ *O C* $\perp$ *r.*

Se per O passasse una retta *t* $\notin \alpha$ e *t* $\perp$ *r*.......

$\Rightarrow$ α piano passante per il punto O e perpendicolare ad *r*.

Si dimostra che:

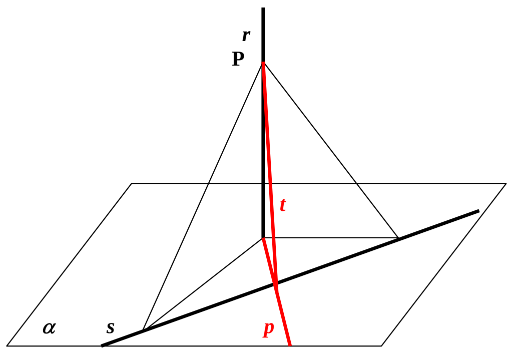
Dato un punto e un piano esiste una e una sola retta che passa per quel punto ed è perpendicolare al piano.



Proiezione di un punto su un piano

Distanza di un punto da un piano

Teorema delle "tre perpendicolari"



Se $r \perp \alpha$; $p \perp s$
$\Rightarrow s \perp$ *piano* (t, p)

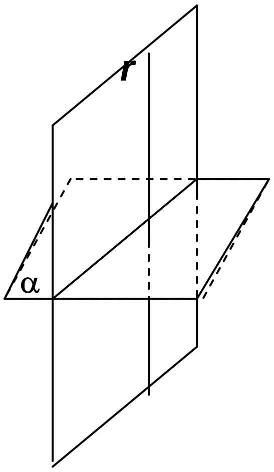
<u>Diedro convesso:</u> intersezione di due semispazi S_X ed S_y le cui origini α e β non sono parallele.

<u>Sezioni normali di un diedro</u>

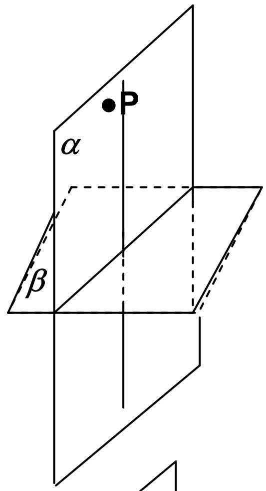
<u>Piani perpendicolari</u>

Teoremi

1)Se una retta è perpendicolare a un piano ogni piano passante per essa è perpendicolare a quel piano



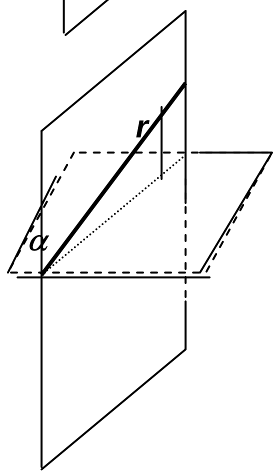
2)Se due piani α e β sono perpendicolari e un punto *P* appartiene ad α, la retta passante per *P* e perpendicolare a β appartiene ad α.



3) Dati un piano α e una retta *r* ad esso non perpendicolare, esiste uno e un solo piano passante per la retta *r* e perpendicolare al piano dato

$\Rightarrow$ per 3) e 2), preso un punto qualunque della retta *r*, la retta passante per quel punto e perpendicolare al piano α .....

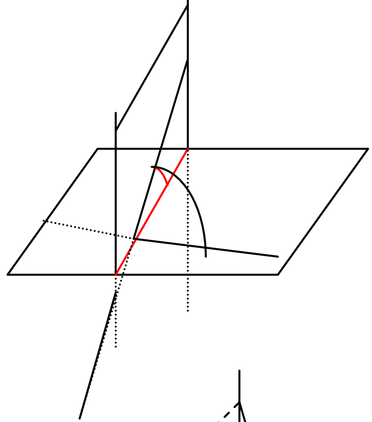
$\Rightarrow$ le proiezioni sul piano α dei punti della retta....



Definizione della proiezione di una retta su un piano

Definizione: ***Dati una retta e un piano non perpendicolari, dicesi <u>proiezione della retta sul piano</u> l'intersezione del piano dato con quello passante per la retta e perpendicolare ad esso.***

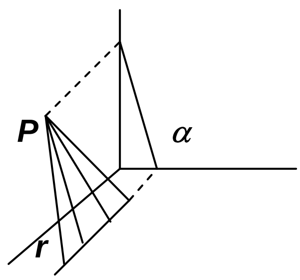
Teorema: ***Una retta incidente e non perpendicolare ad un piano forma con le diverse rette del piano, passanti per il suo punti d'intersezione con il piano, un angolo variabile di cui è minimo quello che essa forma con la propria proiezione (ortogonale) sul piano.***



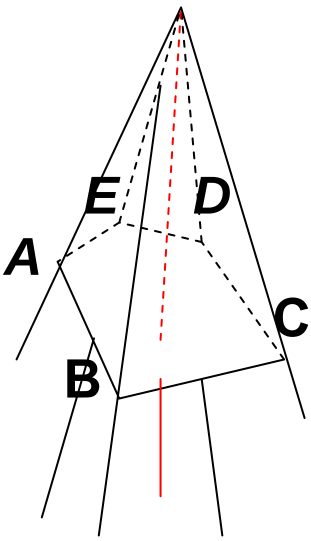
Definizione: ***Se una retta non è perpendicolare ad un piano, dicesi <u>angolo della retta con il piano</u> l'angolo che essa forma con la propria proiezione (ortogonale)sul piano***

NB:sezioni coniche

NB: se r $\perp$ α **allora tutti i segmenti aventi un estremo in P e l'altro su *r* hanno la stessa proiezione su α.**

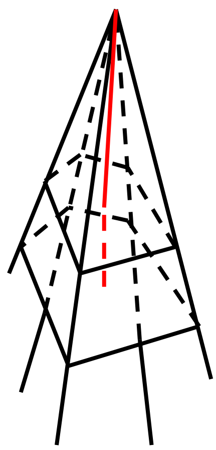


<u>Angoloide</u>: **dato un poligono (convesso) e un punto *V* fuori del suo piano, si dice <u>angoloide</u> la figura generata da tutte le semirette di origine *V* passanti per i punti del poligono.**



Teorema

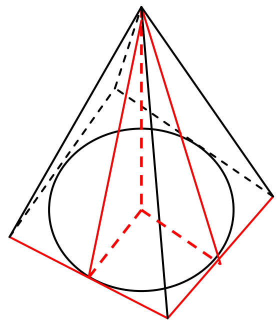
Se due piani paralleli, segano tutti gli spigoli di un angoloide, i poligoni, che così si ottengono come sezioni dell'angoloide, sono simili e il loro rapporto di similitudine è uguale al rapporto delle distanze dei rispettivi piani dal vertice



<u>Piramide</u>: **presi un qualsiasi poligono *A, B, C, ...K* e un punto V fuori del *suo* piano, la parte dell'angoloide *V A, B, C, ...K,* che, rispetto al piano del poligono, giace nel semispazio in cui cade *V*, si dice *piramide di vertice V* e *di base A, B, C, ...K.***

<u>Piramide retta</u>:

Una piramide si dice *retta* se il suo poligono di base è circoscrittibile a una circonferenza il cui centro è il piede dell'altezza.



Teorema:

Le altezze delle facce laterali di una piramide retta sono congruenti.

Attenzione!

Una percentuale non trascurabile di studenti esce dalla scuola secondaria di secondo grado con la convinzione che questa proprietà sia goduta soltanto dalle piramidi regolari.

Qualche problema.

1) **Cosa si ottiene intersecando una sfera con un piano? E intersecando due sfere?**

2) **Si consideri l'intersezione fra una sfera e un piano. A quale distanza da centro deve essere collocato il piano affinché sia massimo il volume del cono avente come base l'intersezione fra il piano e la sfera e come vertice il centro della sfera? Qual è il rapporto tra il volume di questo cono e il volume della sfera?**

3) **Calcolare il volume del tetraedro regolare di spigolo l.**

4) **Individuare la posizione del punto P sull'altezza di un cono in modo che il piano passante per P e parallelo alla base del cono divida il cono in due solidi di uguale volume.**