

SSIS 17 aprile 2007

Tesi di Fourier:

Egli riteneva che *ogni* funzione si potesse rappresentare in un intervallo (su cui esistesse l'integrale finito) come una serie di funzioni trigonometriche, cioè che valesse sempre una formula del tipo

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi}{T} nx + b_n \sin \frac{2\pi}{T} nx \right)$$

con a_n e b_n coefficienti opportuni che dipendono da f .

Tale serie si chiamò appunto *serie di Fourier*.

Dirichlet, nel cercare di dimostrare tale tesi di Fourier costruì invece una funzione che non si poteva rappresentare come una serie di Fourier:

la funzione che vale 0 sugli irrazionali e vale 1 sui razionali (*funzione di Dirichlet*) si può esprimere come limite doppio nel seguente modo:

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{m \rightarrow \infty} \cos^n(m! \pi x)$$

Infatti se si prende $x = p/q$ per un m abbastanza grande l'argomento del coseno diventa un multiplo pari di 2π e quindi il coseno vale 1, e quindi vale 1 anche per $n \rightarrow \infty$.

Se invece x non è razionale, l'argomento del coseno non può mai essere un multiplo intero di 2π , e quindi il suo coseno è minore di 1, e quindi per $n \rightarrow \infty$ tende a 0.

Distribuzioni

Negli anni Trenta la scuola sovietica, e alla fine degli anni Quaranta quella francese, hanno sviluppato una teoria delle funzioni generalizzate.

Caso particolare, la δ di Dirac.

Per quanto riguarda questa funzione, vd.

http://it.wikipedia.org/wiki/Delta_di_Dirac

(delle 8 pagine di quel sito, leggere soltanto le prime due).

Una buona miscellanea, con figure espressive e con una interpretazione intuitiva del significato fisico, si trova al sito:

www.arrigoamadori.com/lezioni/Miscellanea/LaDeltaDiDirac.htm

La controversia tra Newton e Leibniz sulla scoperta del calcolo differenziale

La derivata di una funzione composta. Per un facile esempio spiegato molto accuratamente vd.

www.ripmat.it/mate/c/cfcfddd.html

Le impronte digitali di Leibniz sul testo di Newton

La storia del ritrovamento di questa copia di "Philosophiae naturalis principia

mathematica” si trova raccontata in una recensione del libro critico;vd.
www.jstor.org/view/00211753/ap010188/01a00250/0

Il problema dei quattro colori

Qualsiasi carta geografica può essere colorata con solo quattro colori se si pongono le condizioni:

- 1) due stati confinanti non possono avere uguale colore
- 2) ogni stato è un connesso (quindi NON come la Russia attuale, che ha una componente connessa sul Baltico con Kaliningrad staccata dalla grande regione in cui si trova Mosca)
- 3) non si ritengono confinanti due stati i cui confini coincidono solo in una punta

Per il racconto sulla nascita del problema e la dimostrazione, dopo quasi un secolo, che quattro colori sono effettivamente sufficienti, vd.
www.matematicadivertente.com/quattrocolori.htm