SSIS
Corso di recupero

Å Fondamenti storico-epistemologici della matematica 1

Å e

Å Didattica della matematica

Å 5° incontro

Funzioni

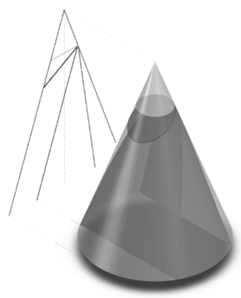
Ieri è attraccata al porto di Genova una nave di 50.000 tonnellate di stazza, salpata da New York, che trasportava rottami di ferro; trovare lôetà del capitano

Il concetto attuale di *funzione* è una *corrispondenza tra due insiemi*

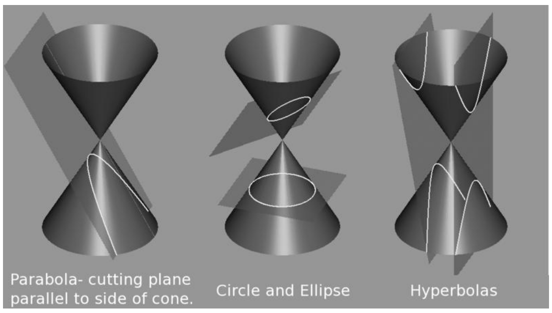
Curve

Å I greci conoscevano alcune curve specifiche, ad esempio le sezioni di un cono

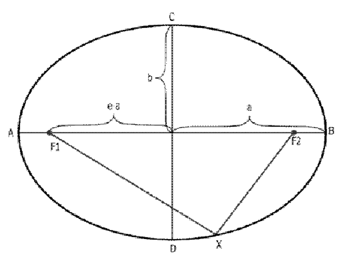
Coniche



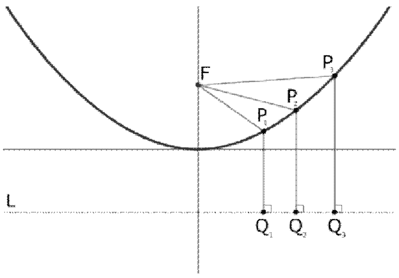
Coniche



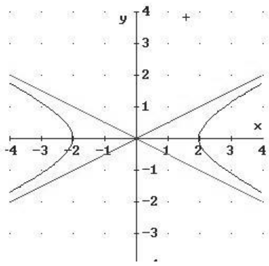
Coniche - ellisse



Coniche - parabola



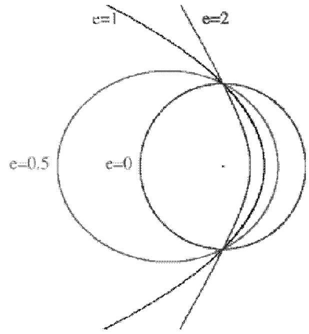
Coniche - iperbole



Eccentricità

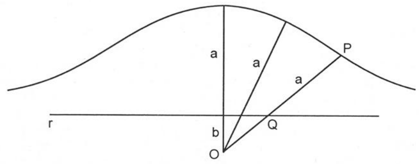
- In astrodinamica, sotto le ipotesi standard, ogni orbita deve avere la forma di una sezione conica. L'eccentricità di questa sezione, detta **eccentricità dell'orbita**, è un importante parametro per la definizione assoluta della sua forma. L'eccentricità può essere considerata come la misura di quanto l'orbita devia da un cerchio.
- Sotto le ipotesi standard, l'**eccentricità** (**e**) è definita rigorosamente per tutte le orbite circolari, ellittiche, paraboliche, iperboliche e vale:
- per le orbite circolari: e = 0
- per le orbite ellittiche: 0 <e < 1
- per le traiettorie paraboliche: e =1
- per le traiettorie iperboliche: e >1

Eccentricità

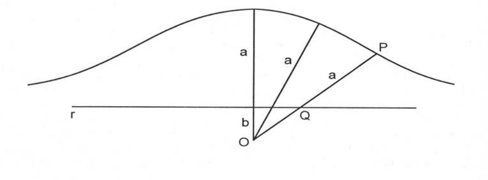


Altre curve

Concoide

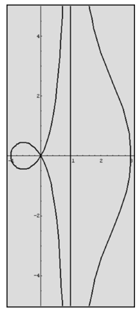


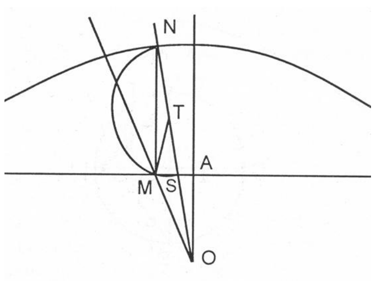
Concoide di Nicomede



- **Nicomede** (ca. 280-210 a. C.)
- studiò la trisezione dellôangolo tramite la *concoide* (*a* è costante): $(x^2 + y^2)\ (x - b)^2 - a^2x^2 = 0$;
- in coordinate polari risulta: $\rho = \pm\ a + b/(\cos\theta)$

Concoide

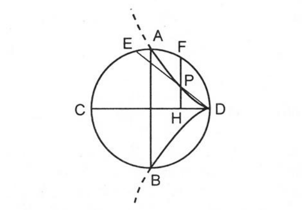




Concoide

Serve per la trisezione dellôangolo

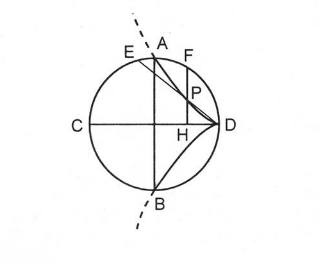
Cissoide



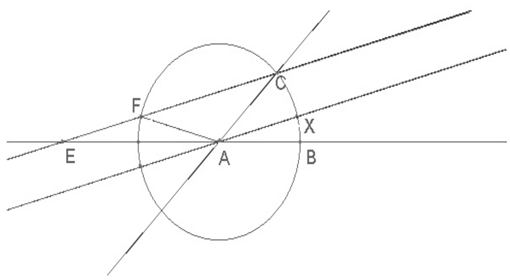
Cissoide di Diocle

AB e CD sono diametri perpendicolari;

AE ed AF sono archi uguali; FH è perpendicolare a CD; P è il punto dôincontro tra FH e DE

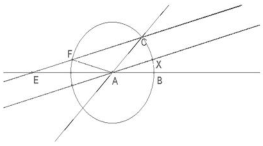


Trisezione di un angolo



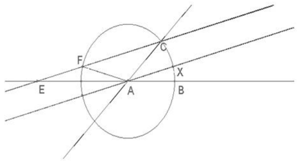
Trisezione di un angolo

- Nella soluzione proposta da Archimede la riga viene usata per riportare una lunghezza e quindi è pensata come riga graduata.



- Supponiamo di voler trisecare *CÂB*, disegniamo una circonferenza ɿ, con centro in A e raggio *r*, la quale interseca la semiretta AC in C e la semiretta AB in B;

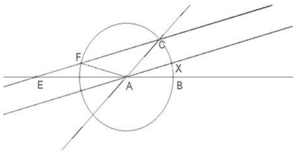
Trisezione di un angolo



per C tracciamo una retta che taglia la retta AB nel punto E e la circonferenza nel punto F in modo tale che EF sia uguale al raggio della circonferenza. Per A tracciamo la retta parallela a CE, la quale interseca la circonferenza in X. Dimostriamo che l'angolo *XÂB* è la terza parte dell'angolo dato *CÂB*.

Trisezione di un angolo

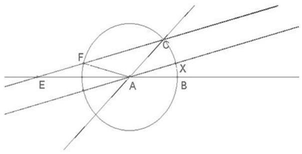
Hp: *EF =AF= AB= AC*
Th: *XÂB = 1/3 CÂB*



DIMOSTRAZIONE:

Per costruzione, i due triangoli EFA e CAF sono isosceli. In particolare il lato EF è uguale al lato AF perché si è presa la retta CE in modo tale che la distanza tra il punto di intersezione di tale retta con la retta AB e il punto di intersezione con la circonferenza fosse uguale al raggio; mentre il lato AF è uguale al lato AC perché entrambi raggi della stessa circonferenza.

Trisezione di un angolo



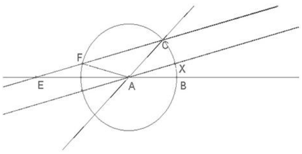
Inoltre l'angolo *CÂB* è angolo esterno del triangolo EAC e quindi

CÂB = FÊA + AűF

A sua volta *AűF* è uguale all'angolo *AFC*, che è angolo esterno del triangolo EFA e quindi

AFC = FÊA + FÂE = 2 *FÊA*

Trisezione di un angolo



Unendo le due relazioni precedenti si ottiene

CÂB = FÊA +2 *FÊA* = 3 *FÊA*

ovvero *FÊA* = 1/3 *CÂB*

D'altronde EF // AX (tagliate dalla trasversale AB) e gli angoli *FÊA* e *XÂB* sono angoli corrispondenti e dunque

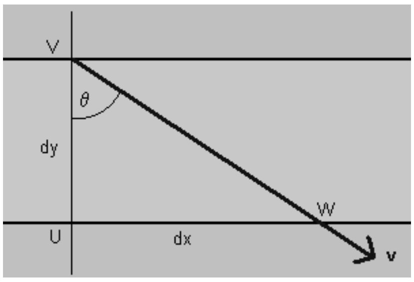
FÊA = XÂB

Confrontando le due relazioni precedenti si ricava

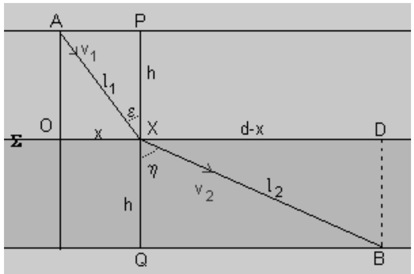
XÂB = 1/3 *CÂB*

Curve di minimo

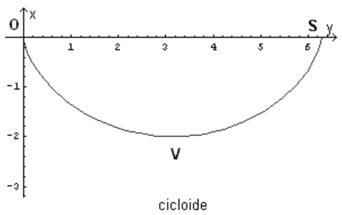
Piano inclinato



Rifrazione

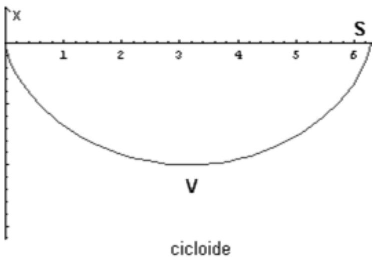


Cicloide



Brachistocrona

Cicloide



Cicloide

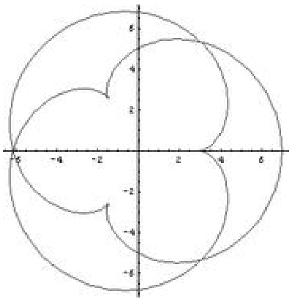
x = r(1 - sen t)

y = r (t - cos t)

Epicicloide

Å L'**epicicloide** è una curva piana appartenente alla categoria delle rullette ovvero delle curve generate da un punto di una figura che rotola su di un'altra. L'epicicloide infatti è definita come la curva generata da un punto di una circonferenza che rotola sulla superficie esterna di un'altra circonferenza.

Epicicloide



Å Punto di una circonferenza di raggio 2 che ruota su una circonferenza di raggio 3

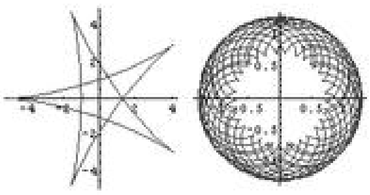
Ipocicloide

Å Curva generata da un punto di una circonferenza che ruota allôinterno di unôaltra circonferenza. Risultano curve diverse a seconda dei rapporti tra i due raggi

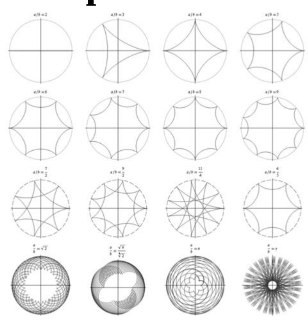
Ipocicloide

A sinistra ipocicloide dove il rapporto tra i raggi delle due circonferenze è 5 a 3;

a destra ipocicloide dove il rapporto è irrazionale



Ipocicloide



Funzione

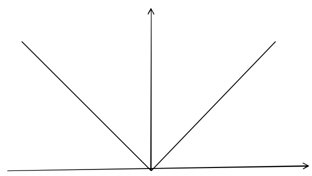
Å Il concetto di funzione era legato esclusivamente al concetto di curva e alla sua regolarità

Å **Functio**: manoscritto di Leibniz (1673)

Å Bernoulli propone a Leibniz il termine *functio di x* per una quantità che varia con *x* (1698) calcolabile con unôespressione

Funzione

Å Il valore assoluto *non* era considerato una funzione



y= |x|

Funzione

Å Formule algebriche, spesso soltanto polinomi

Å x^2 ï $y^3 = 0$

Å porta ad una espressione

Å $y = x^{2/3}$

Formula di Taylor

Å In <u>matematica</u>, la **formula di Taylor** di una <u>funzione</u> *f* definita in un <u>intervallo aperto</u> (x_0 ī r, $x_0 + r$) a valori <u>reali</u> (o <u>complessi</u>) e infinite volte <u>derivabile</u>, è lôuguaglianza tra la funzione calcolata nel punto f(x_0+h) e una specifica <u>serie di potenze</u> detta **serie di Taylor**

Å f(x_0+h) =

Å = f(x_0) + fô(x_0)h + fôô(x_0)h^2/2! +é +f $^{(n)}$(x_0)h^n/2! + R_n (h)

Å Qui *n*! denota il <u>fattoriale</u> di *n* ed $f^{(n)}(x_0)$ denota la *n*-esima <u>derivata</u> della *f* valutata nel punto x_0. Se $x_0 = 0$, la serie viene chiamata anche **serie di Maclaurin**.

Å

Formula di Taylor

Tale formula non avrebbe nessuna utilità (qualsiasi funzione è uguale a qualsiasi polinomio + più quello che ci mancaé .).

Invece se i coefficienti del polinomio sono quelli indicati nella formula, allora il *resto*

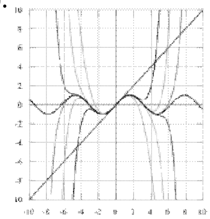
$R_n(h)$

è un *infinitesimo con h* (cioè tende a 0 al tendere di *h* a 0) di ordine superiore ad *n*

Formula di Taylor

Å Approssimazione della funzione *sen x* tramite polinomi di vari gradi della serie di Taylor calcolata nel punto x = 0 (e quindi è una serie di Maclaurin).

Å



Formula di Taylor

Å Ovviamente lôapprossimazione è buona vicino a 0, ed è sempre migliore più alto è il grado del polinomio approssimante; lo è sempre meno man mano che ci si allontana dallo zero.

Il concetto di zero

Å Attorno al 300 a.C. i babilonesi iniziarono a usare un semplice sistema di numerazione in cui impiegavano due cunei pendenti per marcare uno spazio vuoto. Comunque, questo simbolo non aveva una vera funzione oltre a quella di segnaposto. Sembra infatti che l'origine del segno **O** sia da attribuire alla forma dell'impronta lasciata sulla sabbia da un ciottolo tondo (o gettone) dopo essere stato rimosso (e quindi *mancanza* del numero).

La matematica nel Rinascimento

Il termine ñRinascimentoò

Å Il termine ñRinascimento" identifica l'arte sviluppatasi nei secoli XV e XVI; fu usato per la prima volta da Jacob Burckardt nel suo libro *La civiltà del rinascimento* (1860)

Il Rinascimento

Luca Pacioli (1445-1514)

Ritratto (attribuito a Jacopo deô Barberi), Museo Capodimonte, Napoli

Pacioli sta spiegando un teorema di Euclide

Sullo sfondo un poliedro cavo di Leonardo

Il Rinascimento - Pacioli

Å Entrò nell'Ordine francescano nel 1470. Fu un insegnante di matematica e viaggiò molto, finché nel 1497 accettò l'invito di Ludovico il Moro a lavorare a Milano, dove collaborò con Leonardo da Vinci.

Il Rinascimento - Pacioli

Å **1494**: *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità* (enciclopedia matematica)

Å La *Summa* (pubblicata a stampa nel 1499 a Venezia) introduce la ñpartita doppiaò con dare e avere, bilancio e inventario

Å È la prima **opera enciclopedica** di carattere matematico pubblicata a stampa

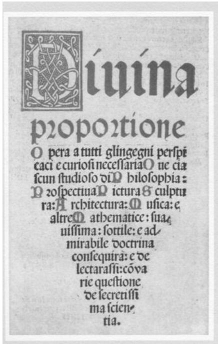
Il Rinascimento - Pacioli

Å Edizione a stampa della *Summa*

Å È interessante lôindice, per la terminologia

Il Rinascimento - Pacioli

- *De divina proportione* (1497) raccoglie numerose applicazioni della sezione aurea



Il Cinquecento Italia e Francia

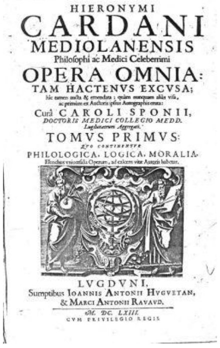
Il Cinquecento in Italia -Tartaglia

- **Nicolò Fontana detto Tartaglia** (1500-1556) rivelò a Cardano la formula risolutiva delle equazioni di terzo grado

Il Cinquecento in Italia -Tartaglia

Il General Trattato (1556)

Il Cinquecento in Italia - Cardano



Il Cinquecento in Italia - Cardano

- *Ars magna* (1545) è la sua opera principale e riporta, oltre a molte altre cose, la formula risolutiva per le equazioni di terzo grado
- *De malo recentiorum medicorum usu libellus* (1536, medicina)
- *Practica arithmeticæ et mensurandi singularis* (1539, aritmetica)
- *De immortalitate* (alchimia)
- *Opus novum de proportionibus* (meccanica)

Il Cinquecento in Italia - Cardano

- *De subtilitate rerum* (1550, fenomeni naturali)
- *De libris propriis* (1557, commentario)
- *De vita propria* (1576, autobiografia pubblicata postuma nel 1643)
- *Liber de ludo aleae* (probabilità, postumo) In quest'ultimo sono riportati vari teoremi probabilistici la cui dimostrazione verrà secoli dopo

Il Cinquecento in Italia - Cardano

- Il **giunto cardanico** è un quadrilatero articolato spaziale
- L'invenzione di questo tipo di giunto risale al 1545. Cardano si sarebbe ispirato ad un compasso della marina fissato su due cerchi articolati. Ha descritto questa articolazione nell'opera "De subtilitate rerum"

Il Cinquecento in Italia

- **Gerolamo Cardano** (1501-1576) fu una tipica figura di mago rinascimentale, versato in astrologia, magia naturale, matematica, diritto, medicina

Il Cinquecento in Italia - Cardano

- Cardano nacque a Pavia dove la madre era fuggita perché a Milano c'era la peste

Il Cinquecento in Italia - Cardano

- Cardano si laureò in arti a Venezia, quindi in medicina a Padova; trasferitosi a Milano, non fu accettato nel collegio dei medici e iniziò ad insegnare matematica, che non aveva mai studiato in corsi universitari.
- Scriveva nel frattempo trattati di medicina, sui funghi (questo rimase a lungo un testo di riferimento), sulla matematica

Il Cinquecento in Italia - Cardano

- Cardano scrisse un testo *De ludo aleae*, che può essere considerato il primo libro sulla probabilità
- Scrisse anche un libro sull'interpretazione dei sogni e *De vita propria*, una autobiografia scritta poco prima di morire (pubblicata largamente postuma)

Il Cinquecento in Italia - Cardano

- La sua bibliografia raccoglie oltre 150 opere
- La sua *Opera Omnia* viene pubblicata nel 1663.

Lôalgebra

- **Algebra retorica e algebra sincopata**

- cose uguali a numero $ax = b$
- censi e cose uguali a numero $ax^2+bx = c$
- cubo uguale a cose e numero $x^3 = ax+b$
- Lôesistenza di un coefficiente veniva espresso con il plurale, lôincognita veniva espressa con ñcosaò

Lôalgebra

- Altro problema espresso tramite lôalgebra retorica (in latino):

- *Qdratu aeqtur 4 rebus p: 32*

$$x^2 = 4x + 32$$

Lôalgebra

Problema espresso tramite lôalgebra retorica (in volgare):

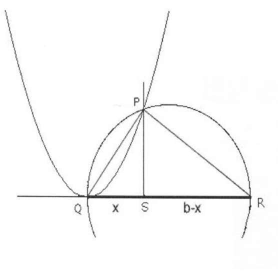
Trouame 1. n°. che gioto al suo qdrat°. facia 12

$$x + x^2 = 12$$

Di questa equazione si trovava soltanto il numero 3 e non anche il -4

Equazione di terzo grado

Equazione di terzo grado - Kayyam



Data l'equazione:

$x^3+Ax=B$ (1)

con A e B positivi, si riscrive nella forma

$x^3+a^2x=a^2b$ (2)

con $a^2=A$ (3) e $a^2b=B$ (4)

Si costruisce una parabola la cui equazione è data da:

$x^2=ay$ (5)

Equazione di terzo grado - Kayyam

- A partire dal vertice della parabola, tracciamo una semicirconferenza di diametro pari a *b*.
- Risulta $x^2 = QS^2 = a$ PS da cui
- a/x = x/PS
- Lôaltezza del triangolo PQR è media proporzionale tra le proiezioni QS e SR e quindi
- x/PS = PS/(b-x)

Equazione di terzo grado - Kayyam

- Dalle due ultime equazioni segue
- a/x = PS/(b-x);
- Peraltro PS = x^2/a e sostituendo questo valore nellôequazione precedente si ritrova lôequazione di partenza; pertanto x è la soluzione

Equazione di terzo grado - Kayyam

Kayyam prospetta anche la soluzione di unôequazione generica di terzo grado

$$x^3+ax^2+b^2x+c^3=0$$

Si sostituisce il termine x^2 con 2py, ottenendo : $2pxy+2apy+b^2x+c^3=0$.

Tale equazione rappresenta una iperbole mentre $x^2=2py$ rappresenta una parabola; tracciando le due curve nello stesso sistema di riferimento, le ascisse dei punti di intersezione delle due curve sono le radici dellôequazione di terzo grado data.

Tuttavia non essendoci la concezione dei numeri negativi, non tutte le soluzioni venivano considerate.

Equazione terzo grado - Tartaglia

Quando chel cubo con le cose appresso	$x^3 + px$
se agguaglia à qualche numero discreto	$= q$
trovan dui altri differenti in esso.	*u-v=q*
Dapoi terrai questo per consueto	
Cheâ lor produtto sempre sia eguale	*uv=*
Al terzo cubo delle cose neto,	*(p/3)* ^{3}
El residuo poi suo generale	
delli lor lati cubi ben sottratti	$u^{1/3}$ ï $v^{1/3}$
Varra la tua cosa principale...	*= x*

Equazione terzo grado

- In ogni equazione di grado *n* si può eliminare il termine di grado *n-1*.
- Nel caso particolare di una equazione di terzo grado

$$\mathbf{x^3 + ax^2 + bx + c = 0}$$

con la sostituzione y = x+k, si ottiene una equazione equivalente del tipo

$$\mathbf{y^3 + by + s = 0}$$

Equazione terzo grado - Cardano


Dall'*Ars Magna* (1545)

$$x^3 + mx = n$$

(il cubo più la cosa uguale a numero)

I coefficienti sono da considerarsi tutti positivi.

Siano t ed u due numeri, entrambi positivi, tali che

$$\begin{cases} t - u = n \\ tu = (\frac{m}{3})^3 \end{cases}$$

Sia adesso

$$x = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u} = t^{1/3} - u^{1/3}$$

ed elevando al cubo entrambi i membri abbiamo

$$x^3 = (t^{1/3} - u^{1/3})^3 = t - 3t^{2/3}u^{1/3} + 3t^{1/3}u^{2/3} - u =$$
$$= (t - u) - (3t^{1/3}u^{1/3})(t^{1/3} - u^{1/3}) = n - mx$$

di qui si ha

$$x^3 + mx = n.$$

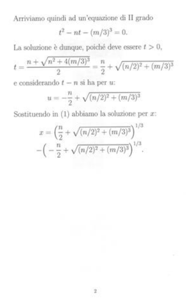
Ma il sistema lo si sa risolvere per u e v in termini di n ed m. Infatti

(1) $$u = t - n$$

e quindi

$$t(t - n) = (m/3)^3.$$

Equazione terzo grado - Cardano



Arriviamo quindi ad un'equazione di II grado

$$t^2 - nt - (m/3)^3 = 0.$$

La soluzione è dunque, poiché deve essere $t > 0$,

$$t = \frac{n + \sqrt{n^2 + 4(m/3)^3}}{2} = \frac{n}{2} + \sqrt{(n/2)^2 + (m/3)^3}$$

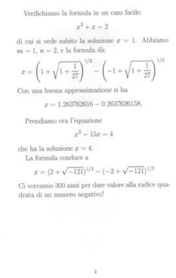
e considerando $t - n$ si ha per u:

$$u = -\frac{n}{2} + \sqrt{(n/2)^2 + (m/3)^3}$$

Sostituendo in (1) abbiamo la soluzione per x:

$$x = \left(\frac{n}{2} + \sqrt{(n/2)^2 + (m/3)^3}\right)^{1/3} - \left(-\frac{n}{2} + \sqrt{(n/2)^2 + (m/3)^3}\right)^{1/3}.$$

Equazione terzo grado - Cardano



Verifichiamo la formula in un caso facile:

$$x^3 + x = 2$$

di cui si vede subito la soluzione $x = 1$. Abbiamo $m = 1$, $n = 2$, e la formula dà:

$$x = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{27}}\right)^{1/3} - \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{27}}\right)^{1/3}$$

Con una buona approssimazione si ha

$$x = 1.263762616 - 0.2637626158.$$

Prendiamo ora l'equazione

$$x^3 - 15x = 4$$

che ha la soluzione $x = 4$.

La formula conduce a

$$x = (2 + \sqrt{-121})^{1/3} - (-2 + \sqrt{-121})^{1/3}$$

Ci vorranno 300 anni per dare valore alla radice quadrata di un numero negativo!

3

Equazione terzo grado - Cardano

- Esaminiamo lœquazione $x^3 = 9x + 10$
  che ha tre soluzioni reali
  $x = -2$, $x = 1-\sqrt{6}$, $x = 1 + \sqrt{6}$
- Però applicando la formula risolutiva ci si imbatte in $\sqrt{-2}$
- Tale situazione veniva detta *caso irriducibile*

La regola di Scipione Dal Ferro

- La regola di Dal Ferro era espressa così:
- *Quando le cose et li cubi si uguagliano al numero* ($ax^3+bx=c$) *riduci lœquazione ad un cubo* ($x^3+px = q$) *partendo per la quantità delli cubi* (dividendo per il coefficiente del termine di 3° grado), *poi cuba la terza parte delle cose* ($(p/3)^3$), *poi quadra la metà del numero* ($(q/2)^2$),

La regola di Scipione Dal Ferro

- *e questo summa con il detto cubato*
- $((p/2)^2+ (p/3)^3)$, *et la radice di detta summa più la metà del numero fa un binomio*
- $(q/2+((p/2)^2+ (p/3)^3)^{1/2})$
- *et la radice cuba di tal binomio, men la radice cuba del suo residuo val la cosa*
- $[q/2+((p/2)^2+(p/3)^3)^{1/2}]^{1/3} - [q/2-((p/2)^2+ (p/3)^3)^{1/2}]^{1/3} = x$

Una equazione di terzo grado

- Nel manoscritto di Bombelli si vedono le radici quadrate di numeri negativi (che poi nei calcoli riesce ad eliminare).
- Anche lœquazione studiata da Cardano, che questi non riesce a risolvere, è la stessa di Bombelli:

$$x^3 = 15x + 4$$

Una equazione di terzo grado

- La soluzione si trova, introducendo l'unità immaginaria, pur di saper operare la sostituzione

$$(m \pm i\sqrt{n})^{1/3} = u \pm iv$$

- Soltanto Viète, nel 1591, riuscirà a risolvere l'equazione di terzo grado

$$x^3 + px + q = 0$$

con p e q negativi senza passare per le unità immaginarie, servendosi di un'identità trigonometrica

Il Cinquecento in Italia

- **Scipione dal Ferro** (1465-1526), bolognese, scoprì la formula risolutiva delle equazioni di terzo grado, pubblicata poi dal Cardano
- **Ludovico Ferrari** (1522-1565), bolognese, allievo di Cardano, scoprì la formula risolutiva delle equazioni di quarto grado

Il Cinquecento in Italia

- **Raffaele Bombelli** (1526-1573), bolognese, matematico e ingegnere idraulico
- Scrive *L'algebra*, che si arresta al terzo volume per la morte dell'autore

Il Cinquecento in Italia

- Bombelli risolve equazioni di terzo grado compreso il così detto "caso irriducibile", che nella formula di Cardano presenta la radice quadrata di un numero negativo. Vengono quindi prese in esame le radici immaginarie ("quantità silvestri") e i numeri complessi ("più di meno" e "meno di meno" per +i e -i), stabilendone le regole di calcolo (addizione e moltiplicazione). Più tardi Cartesio li chiamerà *numeri immaginari*.

Il Cinquecento in Italia

- Bombelli usa per radici ed esponenti delle notazioni piuttosto originali, ma che sono molto vicine all'algebra sincopata

La formula di Bombelli

Il Cinquecento in Francia

Å **François Viète** (1540-1603) fu un avvocato, un politico e un matematico dilettante. Protestante, la sua vita fu influenzata dalle lotte di religione (1572, strage di San Bartolomeo)

Il Cinquecento in Francia

Nellôostilità (a volte guerra aperta) che vide da una parte le potenze cattoliche (Filippo II di Spagna e il Papa) e dallôaltra i protestanti (Elisabetta I dôInghilterra ed Enrico di Navarra), Viète, al servizio di Enrico, decifrò messaggi cifrati spagnoli e fu accusato di magia nera. Si convertì poi al cattolicesimo, seguendo la conversione di Enrico di Navarra che, ammorbiditasi lôostilità delle potenze cattoliche, divenne Enrico IV di Francia

Il Cinquecento in Francia

Å Viète perfeziona ulteriormente lôalgebra sincopata, usa le vocali come incognite e le consonanti come parametri, si occupa di trigonometria (*In artem analiticam isagoge*). Viene cimentato in una sfida nella quale risolve unôequazione di 45° grado

Il Cinquecento in Francia

Å Viète si occupa dellôapprossimazione di ´ portandola fino alla decima cifra decimale, utilizzando un poligono di 6×2^{16} lati; propone un algoritmo infinito (la cui convergenza non è però molto rapida) per il quale il grado di approssimazione dipende direttamente dal numero dei passi

La sezione aurea

Sezione aurea

Å Dato un segmento di lunghezza a si dice che b lo divide in *sezione aurea* se vale la proporzione $a/b = b/(a-b)$

Å « La geometria ha due grandi tesori: uno è il teorema di Pitagora; l'altro è la divisione di un segmento secondo il rapporto medio ed estremo. Possiamo paragonare il primo a una certa quantità d'oro, e definire il secondo una pietra preziosa. »

Keplero

Sezione aurea

Å Cô divide il segmento AB in sezione aurea quando

Å AB/ACô = ACô/CôB

Se ACô =1, AB è la soluzione **ű** (positiva!) dellôequazione

x^2 ï x ï 1 = 0

e tale soluzione viene detta *numero aureo*

Sezione aurea

Tale soluzione risulta

AB = (1+ ã5)/2 ~ 1,618033989

Il numero aureo **ű** gode di varie proprietà:

ű = (1 + √5) / 2 ~ 1.618033989

ű = (1- √ 5) / 2 ~ **-** 0.618033989

1/ **ű** ~ 0. 618033989

(la parte decimale è la stessa)

Sezione aurea

Å Se cerchiamo una funzione che soddisfi la relazione di Fibonacci

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

ad esempio, una esponenziale di base a, otteniamo

$a^n = a^{n-1} + a^{n-2}$

cioè

a^{n-2} (a^2 - a ï 1) = 0

Sezione aurea

Å Ritroviamo quindi lôequazione che conosciamo, della quale la soluzione positiva è il numero aureo

Å Inoltre, se F_n sono i valori della successione di Fibonacci, è

$\lim_{nŸ\infty} F_{n+1}/F_n$ = ű

Sezione aurea

Å Questa proprietà è stata scoperta probabilmente da Keplero, ma è ovvia, una volta che si sappia che il limite esiste finito e diverso da 0:

x = $\lim_{n Ÿ \infty} F_{n+1}/F_n = \lim_{n Ÿ \infty} (F_n + F_{n-1})/F_n$=

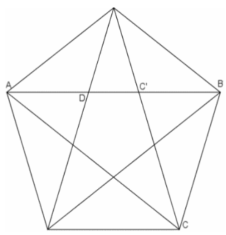
= $\lim_{n Ÿ \infty} (1+ F_{n-1}/F_n) = 1+ \lim_{n Ÿ \infty} F_{n-1}/F_n$=

= 1 + 1/x

e questo ci riporta allôequazione già vista

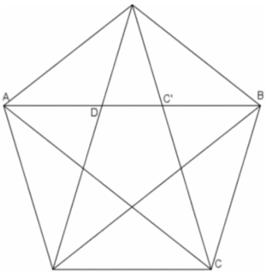
x^2 ï x ï 1 = 0

Sezione aurea



Å Il numero aureo è anche il rapporto tra la diagonale di un pentagono regolare e il suo lato

Sezione aurea



Si può notare che se si tirano le diagonali di un pentagono regolare, le loro intersezioni formano un altro pentagono regolare; iterando il procedimento si ottengono pentagoni sempre più piccoli

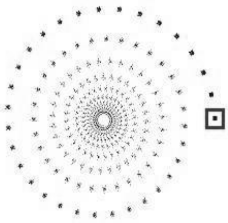
Sezione aurea

Å Anche la stella a cinque punte, simbolo della Repubblica Italiana, è una stella iscritta in un pentagono regolare e costruita tramite le sue diagonali

Sezione aurea

Å Pur essendoci parecchie costruzioni ancora greche con proporzioni simili alla sezione aurea, il termine ñaureoò appare documentato soltanto nella prima metà dellôOttocento

Sezione aurea



Å La sezione aurea ha relazione con la spirale logaritmica, di equazione

Å ȷ = $a^{\text{ɗ}}$

Å oppure

Å ɗ = lg_a ȷ

Å La spirale si avvolge infinite volte attorno allôorigine senza raggiungerla

Spirale e sezione aurea

Å Si vede come è costruita la spirale logaritmica: ogni rettangolo è tale che un lato è la sezione aurea di quello immediatamente più grande

Spirale

Å Numerosi fenomeni della natura hanno forma di spirale logaritmica

Å (qui è la conformazione di un uragano)

Spirale

Qui è la galassia
Mercier 51