SSIS
Corso di recupero

Å Fondamenti storico-epistemologici della matematica 1
Å e
Å Didattica della matematica
Å 8° incontro

Eulero

Eulero

Å **Leonhard Euler**, o **Eulero** (1707ï 1783), il più grande matematico e fisico svizzero di tutti i tempi. Allievo di Giovanni Bernoulli, si è occupato di analisi infinitesimale, geometria, meccanica razionale, meccanica celeste, teoria dei numeri, teoria dei grafi e molte altre cose.

Eulero

Å Il padre lo avviò agli studi preparatori per la carriera ecclesiastica, ma, poi, convinto da Giovanni Bernoulli che era stato suo compagno, lasciò che il figlio si indirizzasse alla matematica.

Å Eulero si laureò in filosofia, scrisse i primi lavori e arrivò secondo in un concorso dellôAccademia di Parigi su come disporre meglio gli alberi di una nave

Eulero

Å Nel 1727, dopo aver invano concorso alla cattedra di matematica di Basilea, fu indirizzato allôAccademia di S. Pietroburgo come fisiologo, dove lo volle Caterina, moglie di Pietro il Grande. Scrisse allora un lavoro di acustica. A Pietroburgo entrò nella cerchia di Daniele Bernoulli e Jakob Hermann (che aveva insegnato a Padova)

Eulero

Å Nel 1741, dopo un cambio di regime in Russia, accettò di passare allôAccademia di Berlino, ricevendo una parte del suo salario dallôAccademia di Pietroburgo per la quale scriveva libri e lavori scientifici.

Eulero

Å A Berlino fu impegnato in molti lavori di direzione del personale, di idraulica, di matematica. Vi restò 25 anni e scrisse circa 380 articoli.

Å Non più in buoni rapporti con lôimperatore Federico il Grande di Prussia, che aveva offerto la presidenza dellôAccademia a DôAlembert, tornò in Russia nel 1766.

Eulero

Å Peraltro DôAlembert rifiutò la presidenza dellôAccademia di Berlino e il trasferimento da Parigi ritenendo non opportuno per sé un posto di livello superiore a quello di Eulero

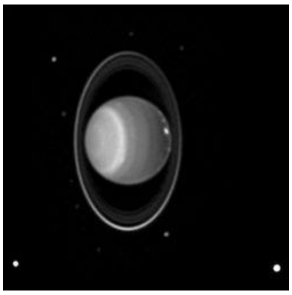
Eulero

Å Poco dopo divenne cieco, prima da un occhio e poi anche dallôaltro, ma continuò a scrivere decine di articoli, aiutato da due dei numerosissimi figli (uno era professore di fisica, lôaltro era nella carriera militare). La cecità gli stimolò enormemente la capacità di calcolo mentale

Eulero

Å In un pomeriggio del settembre 1793, dopo aver dato lezione di matematica ai nipoti ed aver discusso della scoperta di Urano fatta da Herschel nel 1781, si accasciò, disse ñMuoioò, e morì di unôemorragia cerebrale.

Eulero

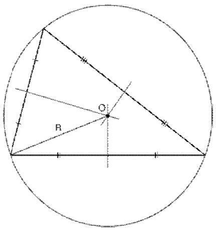


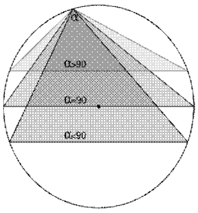
Å Di Urano sono stati scoperti due zone di anelli e una trentina di satelliti. Nel 2007 lôasse di rotazione di Urano ha raggiunto la direzione parallela allôeclittica

Eulero

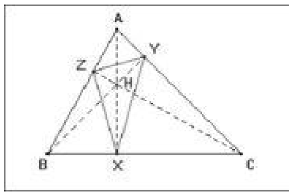
Å Moltissime formule, teoremi, elementi di geometria sono collegati al suo nome: retta di Eulero (è la retta passante per l'ortocentro, il baricentro e il circocentro di un triangolo), diagramma di Eulero-Venn, metodi di Eulero (risoluzione delle equazioni di 4° grado, e di equazioni differenziali), formule di Eulero, é

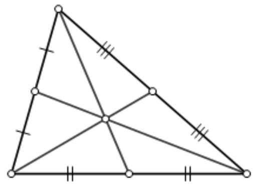
Circocentro (assi)



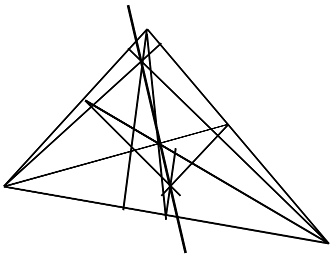


Ortocentro (altezze) Baricentro (mediane)





Retta di Eulero



Eulero

- Eulero si occupò del "problema di Basilea" che consisteva nel trovare la somma della serie

$$\zeta(2) = \sum_1 (1/n^2)$$

- A questo problema si erano dedicati i vari Bernoulli, Leibniz, De Moivre senza successo. Eulero trova che la somma vale $\pi^2/6$ (somma già trovata da Giovanni Bernoulli)

Eulero

- Scoprì anche altre somme di serie numeriche tramite sviluppi in serie di funzioni calcolate in uno specifico punto.
- Scoprì anche alcuni sviluppi in serie trigonometriche, che appartengono ad una famiglia di serie che poi si diranno "serie di Fourier"

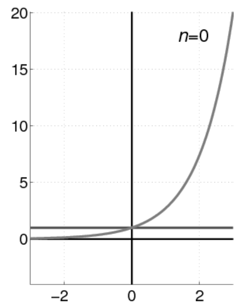
Eulero

- Alcuni sviluppi in serie di Taylor di particolari funzioni trigonometriche hanno per coefficienti dei numeri che prendono il nome di matematici famosi; ad esempio nello sviluppo della secante:

$$\sec x = \sum (-1)^n E_{2n}\, x^{2n} / (2n)! \qquad |x| < \pi/2$$

gli E_{2n} sono detti **numeri** (interi) **di Eulero**

Approssimazione di e^x



Å Approssimazione di e^x tramite la serie di Taylor

$e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! +$ é

Eulero

Eulero istituì anche la relazione

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \text{ sen } \theta$$

dalla quale si ricavano le *formule di Eulero*:

$\text{sen } \theta = (e^{i\theta} - e^{-i\theta})/2i$ $\cos \theta = (e^{i\theta} + e^{-i\theta})/2$

Per $\theta =$ ´ si ha:

$$e^{i´} = -1$$

Eulero

Dalla formula

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \text{ sen } \theta$$

segue

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \text{ sen } y)$$

Eulero

Å Dalla definizione di **funzione esponenziale** nel campo complesso segue che tale funzione è periodica di periodo 2´ i.

Å Eulero definì anche il **logaritmo** come funzione a più valori:

$$\lg z = \ln |z| + i(\arg z + 2K´) \quad K \in \mathbf{Z}$$

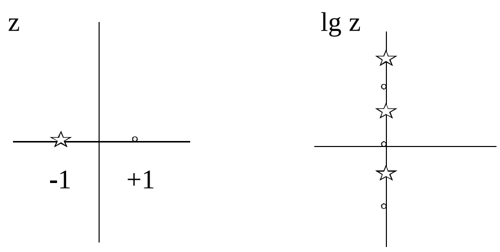
Eulero

Sono così definiti i logaritmi dei numeri reali negativi; ad esempio

$$\lg(-1) = i(´ + 2K´)$$

Risultano con la stessa parte reale i logaritmi dei numeri complessi con lo stesso modulo

Eulero



Eulero

Å La questione del logaritmo dei numeri negativi è così definitivamente risolta:

le due funzioni

$\lg x^2$ e $2 \lg x$

non sono uguali perché sono definite su due insiemi diversi; i loro valori coincidono sul semiasse dei reali positivi, dove esistono entrambe

Eulero

Å Per una funzione di variabile complessa

f: $\mathbf{C} \to \mathbf{C}$ $(w = f(z))$

non ha senso il concetto di crescenza; per la funzione esponenziale nel corpo complesso la proprietà corrispondente alla positività tra i reali è la diversità da 0 (e quindi il logaritmo di 0 non esiste nemmeno in **C**)

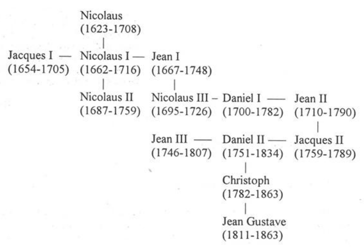
Eulero

Å Con Eulero si ha la sistemazione quasi definitiva delle funzioni elementari di variabile complessa.

Å Con Eulero nasce anche una nuova branca della matematica: la topologia

La famiglia Bernoulli

La dinastia dei Bernoulli



I Bernoulli

Å La famiglia Bernoulli era una famiglia di mercanti che si era trasferita a Basilea, città libera, dopo che Anversa era stata conquistata dagli spagnoli. Basilea era una città ricca, basata sul commercio. Nicola Bernoulli, capostipite della famiglia, era un commerciante di spezie

Giacomo Bernoulli

Giacomo Bernoulli (1654ï 1705), nato e morto a Basilea, iniziò gli studi di teologia, ma, dopo un incontro con Boyle durante un viaggio in Inghilterra, decise di dedicarsi alla matematica

Giacomo Bernoulli

Å Nella *Ars conjectandi* (postumo, 1713) Giacomo Bernoulli fornisce un trattato sulla probabilità, ripubblicando unôopera intera di Huygens.

Å Inoltre è stato ritrovato un vasto carteggio tra Giacomo Bernoulli e Leibniz, nel quale sono trattate questioni di probabilità

Giacomo Bernoulli

Å Formula per primo la **legge dei grandi numeri**, detta pure **legge empirica del caso** oppure **teorema di Bernoulli** che riguarda il comportamento della media di una sequenza di *n* variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite (*n* misure della stessa grandezza, *n* lanci della stessa moneta ecc.) al tendere allôinfinito di *n*

Giacomo Bernoulli

Å Un caso particolare della legge dei grandi numeri si ha quando si afferma che la proporzione di successi in *n* realizzazioni indipendenti di un evento E converge, per *n* che tende allôinfinito, alla probabilità di E.

Giacomo Bernoulli

Å La legge dei grandi numeri garantisce che la media campionaria fornisca una stima valida della media di una popolazione; vale a dire che grazie alla legge dei grandi numeri *possiamo fidarci* che la media che calcoliamo a partire da un *numero sufficiente* di campioni sia *sufficientemente vicina* alla media vera.

Giacomo Bernoulli

Å Unôaltra attività di Giacomo Bernoulli fu nello studio della catenaria e delle funi sopportanti un carico: ancora adesso i suoi calcoli sono quelli usuali per i ponti sospesi o per le linee di trasporto delle alte tensioni

Giacomo Bernoulli

Giacomo Bernoulli si occupò di serie e di successioni convergenti, applicando il teorema del confronto per le serie a termini dello stesso segno.

Fu il primo a notare la ñdisuguaglianza di Bernoulliò, cioè

$$(1+x)^n > 1 + nx$$

con x reale > -1, diverso da 0, ed *n* >1.

Giacomo Bernoulli

Å Si occupò anche della *spirale logaritmica* (che egli chiamò *spira mirabilis*), che volle incisa sulla propria tomba con il motto *eadem mutata resurgo* (pur con mutamenti rinasco sempre uguale)

Giacomo Bernoulli

Å Negli *Acta eruditorum* del 1691 propone di scrivere le equazioni di certe curve usando come coordinate il *raggio vettore* e lôa*nomalia*, introducendo così le **coordinate polari** (già usate, ma solo occasionalmente, da Newton e comunque pubblicate dopo)

Giacomo Bernoulli

Viene detta ñequazione di Bernoulliò unôequazione differenziale del primo ordine, non lineare, del tipo

$$y' = f(x)y + g(x)y^n$$

che Giacomo Bernoulli risolse con una sostituzione riportandola ad una equazione lineare

La nascita della topologia

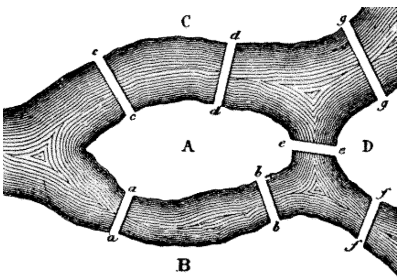
Topologia: i ponti di Königsberg

I ponti di Königsberg

I ponti di Königsberg

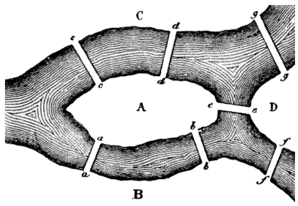
Siamo a Königsberg, nel 1759. Il fiume che attraversa la città si divide in due rami formando un'isola in corrispondenza della biforcazione. Il territorio è diviso in 4 aree come si vede nella figura qui sotto: l'isola A, le due sponde B, C e la parte interna alla biforcazione D

I ponti di Königsberg



I ponti di Königsberg

Le 4 aree sono collegate da 7 ponti:
A-C sono collegate dai ponti c, d;
A-B sono collegate dai ponti a, b;
D-A sono collegate dal ponte e;
D-C sono collegate dal ponte g;
D-F sono collegate dal ponte f



I ponti di Königsberg

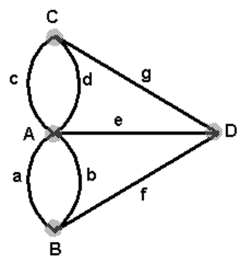
Å E' possibile fare una passeggiata attraversando esattamente una sola volta tutti i ponti?

Å Il problema dei ponti di Konisberg si può ricondurre alla seguente figura.

I ponti di Königsberg

E' possibile tracciarla con un solo tratto di penna senza mai staccare la penna dal foglio e percorrendo tutte le linee una sola volta?

Non è possibile!

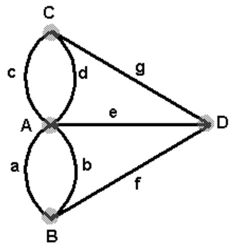


I ponti di Königsberg

Una figura di questo tipo, formata da punti nodali (A, B, C, D) e da linee che li congiungono (a, b, c, d, e, f, g), si chiama **grafo**.
I punti A, B, C, D si chiamano **nodi**. Le linee a, c, d, e, f, g si chiamano **archi** (o lati o segmenti). Le superficie chiuse limitate da una serie di archi si chiamano **regioni.**

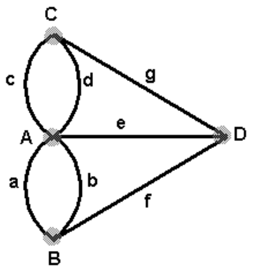
I ponti di Königsberg

Il numero di archi che escono da un nodo si chiama **ordine** del nodo. Ad esempio l'ordine del nodo A è 5 mentre l'ordine del nodo D è 3.



I ponti di Königsberg

Å Quando si dice "nodo pari" o "nodo dispari" si intende rispettivamente "nodo di ordine pari" o "nodo di ordine dispari"



I ponti di Königsberg

Å La possibilità di tracciare grafi con un solo tratto di penna è soggetta alle seguenti leggi:

Å 1) Le figure che **non hanno nodi dispari** si possono tracciare con un tratto continuo partendo da un nodo qualunque.

Å 2) Una figura che **ha esattamente 2 nodi dispari** può essere tracciata con un tratto continuo partendo da uno di essi.

I ponti di Königsberg

Å 3) Le figure che **hanno più di 2 nodi dispari** non possono essere tracciate con un tratto continuo.

I ponti di Königsberg

Å Eulero stabilì che un grafo composto soltanto da nodi pari, cioè ciascuno collegato a un numero pari di archi, è sempre percorribile e che si può ritornare al punto di partenza senza sovrapposizioni di percorso.

I ponti di Königsberg

Å Se un grafo contiene nodi pari e soltanto due nodi dispari è ancora percorribile, ma non si può più ritornare al punto di partenza.

I ponti di Königsberg

Å Se contiene invece più di due nodi dispari, non è percorribile senza sovrapposizioni di percorso.

Å La passeggiata sui ponti di Könisberg è di quest'ultimo tipo, porta a un grafo composto da quattro nodi dispari, e quindi il problema di partenza ha risposta negativa

I ponti di Königsberg

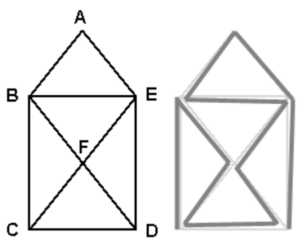
Å Quello che sembrava un piccolo rompicapo senza importanza, nelle mani di Eulero diventò un grande problema matematico, punto di partenza della teoria dei grafi e di una nuova scienza: la topologia, destinata a grandi sviluppi, un secolo più tardi.

I ponti di Königsberg

Å E' possibile fare una passeggiata attraversando esattamente una sola volta tutti i ponti?

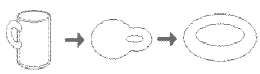
Å Eulero ricondusse il problema ad un problema di teoria dei grafi e trovò la soluzione. Nel caso dei ponti di Königsberg la risposta alla domanda è negativa

Senza staccare la penna



Topologia: indice topologico

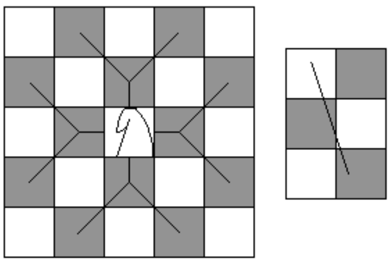
Å Trasformazione di una tazza da caffè in un toro (stesso indice topologico)



Topologia: indice topologico

I ponti di Königsberg

Il salto del cavallo



Il salto del cavallo

- Poiché esistono molte mosse diverse che consentono al cavallo di saltare da una casella all'altra, si può disegnare un cammino chiuso in cui tutte le possibili MOSSE siano tracciate una ed una sola volta? (grafo euleriano)

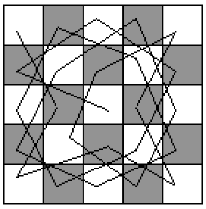
Il salto del cavallo

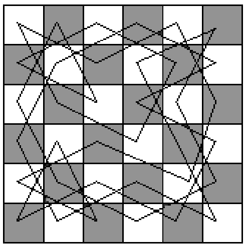
- È possibile, per il cavallo, occupare tutte le CASELLE di una scacchiera $n \times n$ ciascuna esattamente una volta prima di ritornare sulla stessa casella da cui è partito? (grafo hamiltoniano)

Il salto del cavallo

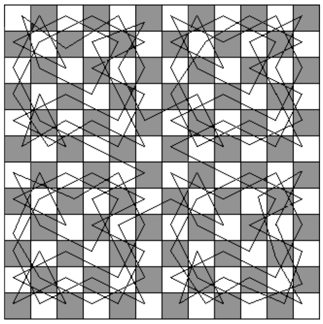
- **TEOREMA**: Il cavallo, saltando su una scacchiera $n \times n$, può occupare tutte le caselle ciascuna esattamente una volta descrivendo un cammino hamiltoniano $\Leftrightarrow n \geq 5$ *(G. Zammillo*, 2000).

Il salto del cavallo

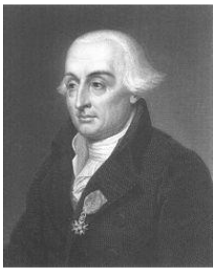




Il salto del cavallo



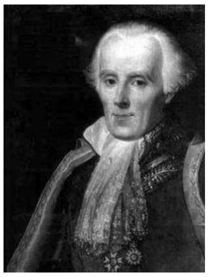
Gli insegnanti di Fourier: Lagrange



Luigi Lagrange (1736-1813)

Monumento a Lagrange a Torino, in via Lagrange

Gli insegnanti di Fourier: Laplace



Pierre Simone Laplace (1749-1827)

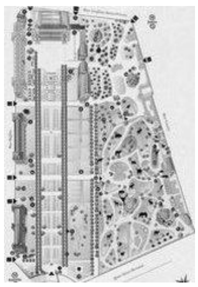
Medaglia di Laplace incisa da Cauchy

Gli insegnanti di Fourier: Monge e Berthollet

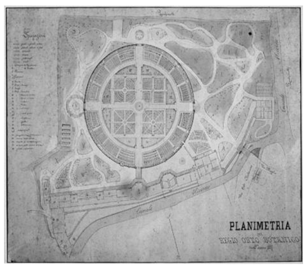
Gaspard Monge (1746-1818)

Claude Louis Berthollet (1748-1822)

Fourier ï orti botanici



Jardin des Plantes Parigi



Orto botanico Padova

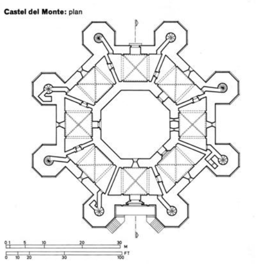
Gli insegnanti di Fourier: Monge

- **Gaspard Monge** (1746-1818) figlio di un arrotino, alunno bravissimo (*puer aureus*) in un collegio di preti; al termine degli studi gli viene offerto un posto a condizione che prenda almeno i primi voti. Entra invece in un collegio per allievi ufficiali, ma non viene nominato ufficiale, perché di umili natali

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge è contento di disegnare fortificazioni. Il problema di allora era costruire mura che rendessero minimo il danno delle cannonate. La trasformazione da torri quadrate a torri poligonali e poi tonde si ha con il progressivo uso della polvere da sparo

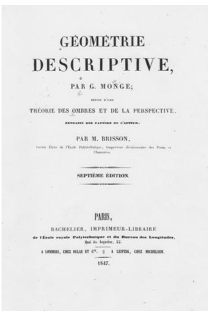
Gli insegnanti di Fourier: Monge



Gli insegnanti di Fourier: Monge

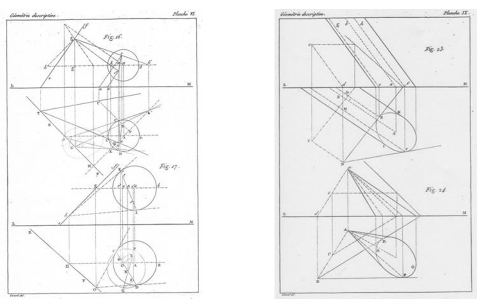
- Una volta Monge risolse il problema molto rapidamente, senza calcoli, ma con soli disegni geometrici; lõufficiale che doveva controllare i calcoli non ci credeva. Nasceva la **geometria descrittiva**

Gli insegnanti di Fourier: Monge



GÉOMÉTRIE
DESCRIPTIVE,
PAR G. MONGE;
THÉORIE DES OMBRES ET DE LA PERSPECTIVE,
PAR M. BRISSON,
SEPTIÈME ÉDITION.
PARIS,
BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
de l'École royale Polytechnique et du Bureau des Longitudes,
1847.

Gli insegnanti di Fourier: Monge



Monge: tavole di geometria descrittiva

Gli insegnanti di Fourier: Monge

A Monge fu subito proposto un posto di insegnante nel collegio militare, e il suo insegnamento era coperto da segreto: solo nel 1794 gli fu permesso di insegnare tale materia allôÉcole Normale. Tre anni dopo fu professore anche di fisica, e poi direttore dellôIstituto di idraulica

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge fu per anni presidente della commissione degli esami di ammissione allôAccademia militare, dove bocciava chi non era allôaltezza, anche se figlio di aristocratici; si rifiutava di fare e ricevere favori

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Allo scoppio della Rivoluzione Monge è dalla parte dei rivoluzionari, viene nominato ministro della Marina e delle Colonie; però non avendo parametri diversi dal merito viene sospettato di essere reazionario e si dimette

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge e Berthollet si adoperano nella difesa della patria: ci sono da armare 900.000 uomini, bisogna estrarre il salnitro dalla terra, bisogna fondere i metalli degli orologi e delle campane per fare cannoni. Monge viene denunciato come contro-rivoluzionario e lascia segretamente Parigi

Sophie Germain

- **Sophie Germain** (1776-1831)
- Allôetà di 13 anni legge della morte di Archimede causata da un soldato romano e decide di dedicarsi alla matematica

Sophie Germain

- Studia di notte, impara da sola il latino e il greco, legge le opere di Newton e di Eulero. Scrive un lavoro che invia a Lagrange sotto lo pseudonimo di M. Leblanc e solo dopo dovrà rivelarsi per una donna.

Sophie Germain

Å Ha una vasta corrispondenza con Gauss sempre sotto pseudonimo; è costretta a rivelarlo quando la casa di Gauss è occupata dallôesercito francese nel 1806. Sophie interviene presso un ufficiale francese suo amico e così Gauss viene a sapere della vera identità.

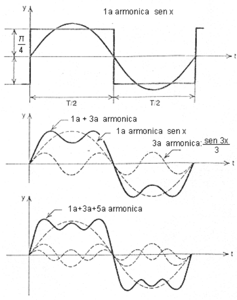
Sophie Germain

Å Sophie Germain scrive alcuni lavori sulla teoria dei numeri e porta contributi alla soluzione dellôultimo teorema di Fermat

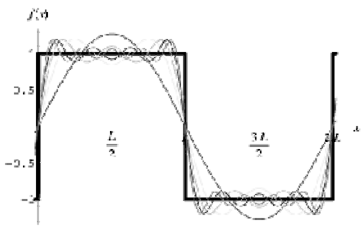
Fourier

Å Fourier, dopo una vita di soddisfazioni politiche e sociali e anche di periodi difficili, vive gli ultimi mesi tormentato dai reumatismi e da una malaria forse contratta in Egitto; è in una fasciatura di gesso che gli lascia libere solo le mani e la testa. Ha un attacco di angina pectoris mentre scende le scale, e muore qualche giorno dopo (1830)

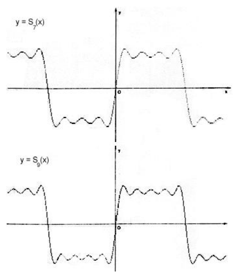
La serie di Fourier



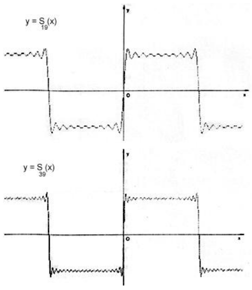
La serie di Fourier



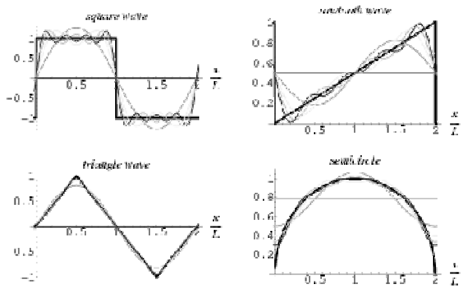
La serie di Fourier



La serie di Fourier



La serie di Fourier



La serie di Fourier

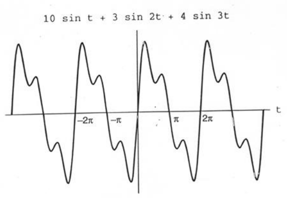
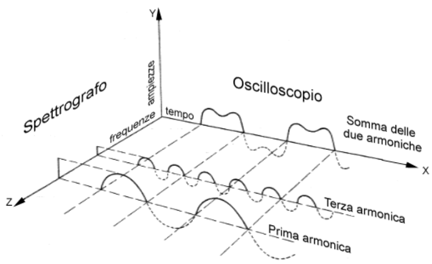
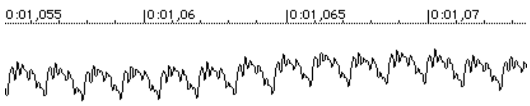


Grafico periodico irregolare.

La serie di Fourier

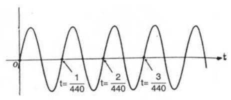


Spettro di una serie di Fourier

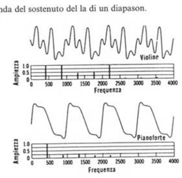


Lo spettro di una nota dellâarmonica a bocca

La serie di Fourier



Forma d'onda del sostenuto del la di un diapason.



Forma d'onda e spettro sonoro del la (sostenuto) di violino e pianoforte (*Fonte:* D. Halliday e R. Resnick, *Fisica generale*, Casa Editrice Ambrosiana, 1964).

La serie di Fourier

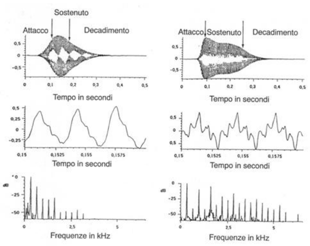
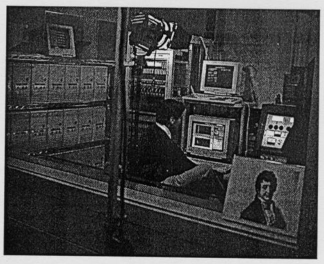


Fig. 4.4 A sinistra mi bemolle di violoncello, a destra di clarinetto. In alto la forma d'onda, nel mezzo un ingrandimento di una parte presa al centro, in basso la FFT (*Fonte*: J.A. Moore, *Signal Processing Aspect of Computer Music-A Survey*, Proceedings I.E.E.E., luglio 1977).

Trasformata di Fourier



Paul Horowitz, l'ideatore di BETA, al monitor del supercomputer presso lo Harvard-Smithsonian Observatory. A destra in basso un ritratto di Fourier. (*Planetary Report*, vol. XVI, n. 2, 1996) (*Fotografia di Thomas R. McDonough*).

I successori di Fourier

I successori di Fourier

Å I maestri di Fourier erano morti, sia Monge che Lagrange; Laplace muore nel 1827. Fourier morirà nel 1830. Cauchy, Fourier e Poisson dovranno fronteggiare una agguerrita concorrenza di giovani

Cauchy

Å Augustin Louis Cauchy (1789-1857) era stato un ingegnere delle fortificazioni sotto Napoleone

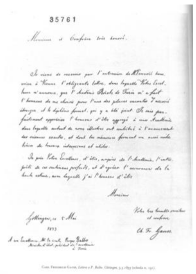
Cauchy

Å Cauchy si rifiutò di giurare al nuovo re Luigi Filippo e nel 1830 abbandonò la Cattedra alla Sorbona; andò in esilio e venne anche a Torino, dove presentò un lavoro allâAccademia

Cauchy

- Dopo i nuovi rivolgimenti in Francia Cauchy tornò a Parigi dove fu reintegrato nella cattedra nonostante non avesse giurato fedeltà al nuovo re.

Gauss e lôAccademia di Torino



- Contemporaneamente alla presenza di Cauchy a Torino viene nominato socio dellôAccademia Gauss, che non viene a Torino, ma ringrazia

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- I romani usavano parole singole per indicare frazioni:
- 1/12 *uncia*
- 11/12 *deunx* (1/12: unôoncia tirata via)
- 10/12 *dextans* (1/6 tirato via)
- 6/12 *semis*
- 5/12 *quincunx* (*quinque unciae*)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Al-Kwarizmi chiamò i numeri razionali e irrazionali rispettivamente *udibili* e *non udibili*.
- I traduttori arabi del IX secolo tradussero i termini greci ρετoς (*razionale*) e Ύ3ο3εϛ (*irrazionale*) con *muntaq* (*fatto per parlare, dicibile*) e *asamm* (*sordo, muto*); i traduttori latini dei codici arabi hanno tradotto questôultimo termine con *surdus*

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- La separazione dei *decimali* è avvenuta con il punto, la virgola, una barra verticale, un segno di parentesi; non si può dire chi sia stato il primo ad usare questi simboli, il loro inizio fu comunque nel XVI secolo.

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- L'uso più antico documentato per separare la parte intera dai decimali, che prima erano scritti come frazione aggiunta alla parte intera, è dovuto a **Nepero**, che usava indifferentemente il punto e la virgola.
- La virgola ebbe maggior uso nell'Europa continentale, il punto invece in Inghilterra e nel suo impero.

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- L'uso sistematico di separare i decimali con un segno (punto, virgola o anche barra o parentesi) si ebbe oltre 150 anni dopo la proposta di Nepero.
- In Italia fu a lungo usato il punto, soppiantato in seguito dalla virgola. L'uso del calcolatore ha di nuovo proposto il punto, mentre la virgola nel mondo anglosassone separa le migliaia

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- L'uso di Log (logaritmo in base 10) appare per la prima volta in una traduzione inglese delle opere di Nepero (1616)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Lettere per esprimere quantità generiche furono usate già dai greci e si trovano sia in Aristotele che in Diofanto, solitamente maiuscole. Lettere minuscole compaiono nel *Liber abaci* di **Leonardo Fibonacci** (1202)
- **Cardano** (1501-1576) e il matematico tedesco **Michael Stifel** (1486-1567) usano *q* per l'incognita (*quantità*)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Il primo ad usare sistematicamente lettere (maiuscole) per esprimere variabili e costanti fu **François Viète** (1540-1603)
- **Cartesio** usò le prime lettere dell'alfabeto per quantità note, e le ultime (*x*, *y*, *z*) per le incognite (*La géométrie*, 1637)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Cartesio e Fermat, separatamente, furono i primi a scrivere l'equazione della retta

$$ax+by=c$$

- *Numero reale*, *numero immaginario* sono stati introdotti da Cartesio

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Cartesio usava le lettere soltanto per esprimere quantità positive; che le lettere potessero esprimere anche quantità negative si deve a John Hudde (1657).

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- **Johan Hudde** (1628 ï 1704), matematico olandese. Fu sindaco di Amsterdam per 30 anni. Trovò un metodo per identificare le radici multiple di un polinomio (dove si annullano anche le derivate)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Hudde calcolò lo sviluppo in serie di MacLaurin della funzione

lg(1+x)

MacLaurin pubblicherà il teorema che porta il suo nome nel 1742

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- *Induzione, interpolazione, mantissa, serie ipergeometrica* sono stati introdotti da **John Wallis** (1616-1703).
- Wallis era un sacerdote della chiesa anglicana, fortemente parlamentarista contro la monarchia (tempi di Cromwell). Si interessò di calcolo degli integrali e nella sua *Arithmetica infinitorum* pubblicò la relazione

Prima comparsa di termini e simboli matematici

´/2 = (2.2.4.4.6.6.8.8.10..)/(1.3.3.5.5.7.7.9.9...)

Introdusse anche il simbolo ∞ per indicare lôinfinito, forse proveniente da un antico simbolo romano indicante 1000

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Il termine *funzione* compare per la prima volta in un manoscritto latino, *Methodus tangentium inversa, seu de functionibus*, di **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646-1716) nel 1673.

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Å Leibniz usava il termine non nel senso di espressione analitica, ma di una grandezza che eseguiva un compito specifico: il ñlavoratoreò era una curva.

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Å Leibniz concepiva una curva come se ñfacesse qualcosaò in una data figura. [ñlinearum in figura data functiones facientium"].

Å Nel 1692 in uno scritto attribuito a lui *functiones* è usato in un senso che denota un ñcompitoò che una retta può compiere rispetto ad una curva (la tangente, la normale, ecc.)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Å Nel 1698, **Giovanni Bernoulli**, in una lettera a Leibniz, per la prima volta assegna deliberatamente al termine *functio* un significato analitico. Dopo pochi giorni Leibniz risponde, approvando lõuso del termine.

Å Leibniz userà la locuzione *funzione di x*

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Å A Leibniz si devono anche i termini *costante*, *variabile*, *ascissa*, *parametro*, *coordinate* e, forse, *derivata*

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Å La notazione $a+bi$ per i complessi fu introdotta da **Eulero**

Å Ad Eulero si deve anche il simbolo di funzione *f(x)*, usato nel 1734 nei *Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae*

Å La scrittura x Ÿ f(x) è introdotta dal gruppo Bourbaki (1939)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Å **Leonhard Euler**

Å (1707-1783)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- I simboli

  dx dy dx/dy

  per indicare le derivate sono stati introdotti da Leibniz in un manoscritto del 1675.
- La notazione

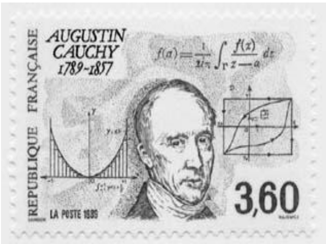
  f'(x) f''(x)

  è di Lagrange (1736-1813)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- *Vettore, scalare, tensore, associativo, quaternione* sono stati introdotti dall'inglese **Sir William Rowan Hamilton** (1788-1856)

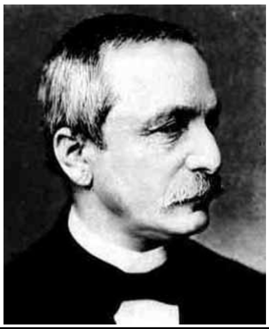
Prima comparsa di termini e simboli matematici



- I simboli δ e ε sono di Cauchy (1789-1857) ed appaiono nel suo *Cours d'analyse* (1921)
- δ è l'iniziale di *différence,*
- ε è l'iniziale di *erreur*

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Il simbolo di *segno* [a] che rappresenta +1 o -1 per a ≠ 0 fu introdotto nel 1878 da
- **Leopold Kronecker** (1823-1891)

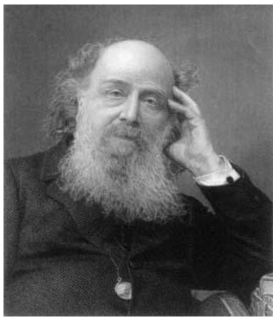


Prima comparsa di termini e simboli matematici

- **Karl Weierstrass**
- (1815-1897) introduce il simbolo di *valore assoluto* nel 1841, e lo usa anche come modulo dei numeri complessi

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- *Matrice, minore, discriminante, invariante, Jacobiano*
- sono stati introdotti da **James Sylvester** (1814-1897)



Prima comparsa di termini e simboli matematici (seguito)

Å Il simbolo Ö viene usato da Condorcet (1773), ma ancora non cê è grande distinzione da ñdò. Il primo che usa il simbolo Öu/Öx è Legendre (1786), ma poi lo abbandona, e il simbolo viene nuovamente introdotto ed usato sistematicamente da Jacobi a partire dal 1841. È detto anche ñdelta di Jacobiò ed è il ñdò corsivo dellâalfabeto cirillico.

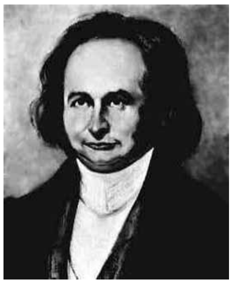
Prima comparsa di termini e simboli matematici

Marie Jean de Caritat barone di Condorcet (1743-1794)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Adrien-Marie Legendre (1752-1833)

Prima comparsa di termini e simboli matematici



Carl Gustav Jacobi (1804-1851)

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Å Il simbolo ∫ di integrale è introdotto da Leibniz nel 1675 in un manoscritto non pubblicato; qualche settimana dopo usa il simbolo ñdxò dopo lâintegrale. Prima scriveva *omnia*, e scriveva omn. *l*

Prima comparsa di termini e simboli matematici

Å In una lettera a Oldenburg, segretario della Royal Society, scrive:

Å *Utile erit scribi ∫ pro omnia, ut ∫l = omn. l id est summa ipsorum l.*

Å Invece Newton, per indicare lâintegrale di x scrive due sbarrette sopra x, ma poi le abbandona.

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Gli **estremi dellâintegrale definito** sono successivi; Eulero (1707-1783) li mette tra parentesi ed usa le preposizioni latine *ab* per quello inferiore e *ad* per quello superiore; il primo che li scrive come adesso è Fourier.
- Lâ**integrale circuitato** con il cerchietto sul segno di integrale è di Arnold Sommerfeld (1917).

Prima comparsa di termini e simboli matematici

- Il simbolo *lim.* (con il punto) è usato già alla fine del ó700; senza il punto lo userà Karl Weierstrass.
- Lâuso della **nabla** e del rispettivo segno ∇ è della metà dellâOttocento (Hamilton); del pari lâuso dei segni Δ e Δ_2 .