SSIS
Corso di recupero

Å Fondamenti storico-epistemologici della matematica 1
Å e
Å Didattica della matematica
Å 9° incontro

Il calcolo delle variazioni

Funzionali

Å Si dicono **funzionali** delle funzioni il cui insieme di definizione è un insieme di funzioni (e le immagini sono numeri). L'interesse è per le funzioni *estremali*: quelle cioè che rendono massimo o minimo il valore del funzionale.

Funzionali

Alcuni problemi classici sulle curve erano posti in questa forma: un esempio è la curva *brachistocrona*, il percorso da un punto A ad un punto B non allineati verticalmente lungo il quale un corpo sottoposto alla sola gravità scenderebbe nel minor tempo. Si deve minimizzare quindi la funzione che rappresenta il tempo fra tutte le curve da A a B.

Il calcolo delle variazioni

Å Il **calcolo delle variazioni** (nome dato da Eulero nel 1766) si occupa della ricerca dei punti estremali (massimi e minimi) dei **funzionali** e delle loro proprietà.

Å Tali *funzionali* possono per esempio essere formulati come integrali che coinvolgono una funzione incognita e le sue derivate.

Lagrange

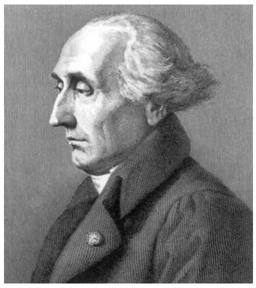
Lagrange

Å ñÈ estremamente lusinghiero per me avere come mio successore a Berlino il più illustre geometra del nostro secoloò scriveva Eulero a Lagrange nel 1775

Lagrange

Å **Luigi Lagrange**

Å (1736-1813) è italiano, nasce a Torino in una famiglia di origine francese. A 19 anni, anche se sprovvisto di un curriculum regolare di studi matematici viene nominato come insegnante nelle RR. Scuole di Artiglieria



Lagrange

Å Per il troppo lavoro mangia irregolarmente e acquisisce una patologia allo stomaco che lo costringerà per tutta la vita ad un severo regime alimentare. Insegna a Torino dove fonda un istituto che diventerà presto lôAccademia delle Scienze di Torino

Lagrange

Å Alla partenza di Eulero dallôAccademia di Berlino Eulero stesso e DôAlembert consigliano il re Federico II di Prussia di chiamare proprio Lagrange, e il re lo invita dicendo che ñè bene che il più grande dei geometri stia vicino al più grande dei reò.

Lagrange

Å A Berlino resta per 20 anni. Fa venire una giovane parente da Torino e la sposa, ma non ha figli (dichiara anche di non volerne). La moglie si ammala di deperimento e lui la assiste amorosamente; alla sua morte trova consolazione nel lavoro; ha però un periodo di affaticamento

Lagrange

Å Nel 1787 accetta il posto allôAccademia delle Scienze di Parigi, che non lo obbliga allôinsegnamento, e qui rimane per il resto della sua vita. Viene accolto benissimo, ha un appartamento al Louvre, il re Luigi XVI e la regina Maria Antonietta lo stimano. Ma allôinizio è in crisi depressiva, vuole abbandonare la matematica

Lagrange

- Da questa apatia totale lo svegliano due cose: una giovinetta e la rivoluzione. La giovane aveva circa quarant'anni meno di lui, ma ne fu affascinata e lo volle sposare e si dedicò totalmente a lui. Fu un'unione felicissima.
- La rivoluzione all'inizio ebbe grande rispetto per lui, che si teneva fuori dalla partecipazione alla politica

Lagrange

- Tuttavia nel 1793 una legge ne ordina l'arresto e la confisca dei beni in quanto nato in un paese nemico. Un suo amico, il chimico Lavoisier, interviene affinché per Lagrange venga fatta un'eccezione. L'anno successivo, dopo un processo durato meno di un giorno, Lavoisier viene ghigliottinato. Laplace dirà: "C'è voluto un giorno per far cadere questa testa, ci vorranno cento anni per averne una uguale."

Lagrange

- È posto a capo della École Normale Supérieure appena fondata dal Direttorio. Scrive testi universitari per studenti; Fourier, che è suo studente, non avrà una grande impressione delle sue capacità comunicative. Napoleone lo decora con la Legion d'Onore e lo nomina conte dell'impero. Muore di un collasso nel 1813.

Lagrange

- Lagrange giovane ritrova alcune serie già note come quella del binomio di Newton e del differenziale n-simo del prodotto di due fattori xy. Nello studio dei massimi e minimi condizionati inventa il metodo dei *moltiplicatori*, riducendo così il problema condizionato ad un problema di massimo o minimo libero

Lagrange

- Lagrange è il primo ideatore del **calcolo delle variazioni**.
- Ne aveva scritto, ancora diciottenne, ad Eulero, di cui aveva letto l'opera *Methodus maximorum et minimorum*, ed Eulero gli aveva risposto "con una onorevolissima lettera" esortandolo a continuare su tale argomento su cui c'era ancora molto da approfondire

Lagrange

- Eulero anzi ritarderà la pubblicazione di certi risultati raggiunti anche da Lagrange perché a Lagrange venisse attribuito indiscutibilmente il merito.

Lagrange

- Un problema di calcolo delle variazioni nella sua forma più semplice è: determinare una funzione *y* = *f(x)* che renda massimo (o minimo) il funzionale

$$\int_a^b g(x,y)\,dx$$

Lagrange

- Lagrange si occupa di meccanica analitica, meccanica celeste, calcolo infinitesimale, equazioni differenziali, calcolo delle probabilità, teoria dei numeri.
- La sua opera più importante è *Mécanique analitique* (Parigi, 1788) in cui riduce lõintera meccanica ad un complesso di equazioni differenziali alle derivate parziali, che prendono il nome di **equazioni di Eulero-Lagrange**

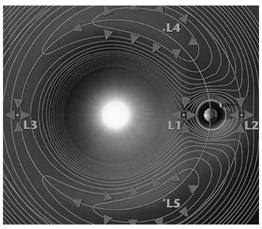
Lagrange

- Lagrange si occupa del problema dei due corpi e poi dei tre corpi, vincendo il premio dellõaccademia di Parigi, considerando il sistema Sole-Terra-Luna. Un altro premio vinse studiando il moto di Giove e dei suoi satelliti (allora ne erano conosciuti quattro)

Lagrange

- Nel problema dei tre corpi, i **punti di Lagrange**, tecnicamente chiamati **punti di oscillazione**, sono quelle posizioni nello spazio nell'ipotesi semplificativa in cui uno dei corpi abbia massa molto inferiore agli altri due, in cui le forze che agiscono sull'oggetto minore si bilanciano, creando una situazione di equilibrio. Lagrange nel 1772 ne calcolò la posizione

Lagrange



- I cinque punti di Lagrange nel sistema Sole-Terra-Luna. L_1, L_2 ed L_3 sono punti di instabilità (massimi e minimi del potenziale gravitazionale) mentre gli altri due sono stabili (punti di sella, nei quali intervengono altre forze)

Lagrange

- Satellite geostazionario (Meteosat)

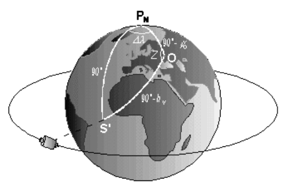


Figura 3 - Triangolo sferico con vertici nel polo nord P_N, osservatore O, subsatellite S'

Lagrange

Å Meteosat della seconda generazione

Lagrange

Å Lagrange si occupa anche di analisi ed è importante il suo trattato *Théorie des fonctions analitiques* (1797) che nel sottotitolo annuncia che ñi teoremi non fanno uso dellõinfinitamente piccolo, né delle quantità evanescenti, né dei limiti o delle flussioniò, ma tutto è ricondotto alle quantità finite.

Lagrange

Å Lagrange cerca di liberarsi del concetto di infinitamente piccolo che invece permeava lõopera di LõHôpital.

Å Risente della critica, fatta anche da Rolle, del fatto contraddittorio che il differenziale leibniziano era considerato qualcosa che variava (cioè che tendeva a 0 con *x*) e anche una monade invariabile

Lagrange

Si affida quindi alla trattazione delle funzioni viste come sviluppi in serie di potenze del tipo

$f(x_0+h) - f(x_0) = a_1h + a_2h^2 + a_3h^3 + é$

dove gli a_i dipendono da x_0 ma non da h, in verità senza preoccuparsi della convergenza della serie e delle condizioni di sviluppabilità (esistenza delle derivate)

Lagrange

Lagrange riesce ad evitare il passaggio al limite perché, essendo il secondo membro un polinomio P(x), può dividere per h ottenendo

$a_1 + h(Q(x))$ con Q(x) polinomio

e dopo porre h = 0

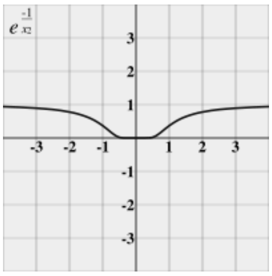
Lagrange

Å In realtà questa liberazione dal passaggio al limite è fittizia, perché per il calcolo dei coefficienti del polinomio cõè pur sempre bisogno di calcolare derivateé (il termine ñderivataò nasce con Lagrange, come pure ñprimitivaò).

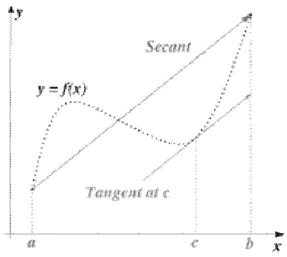
Lagrange

Å Inoltre non tutte le funzioni, anche se hanno tute le derivate, si possono sviluppare in serie di Taylor

Å Grafico di e^{-1/x^2}



Lagrange



Å È di questo periodo il ñteorema del valor medioò, che poi diventerà essenziale per garantire che se su un intervallo è sempre fô(x) = 0 la f è costante

Lagrange

Å Del pari di questo periodo è il metodo della variazione delle costanti arbitrarie (ripreso poi da Cauchy) per determinare un integrale particolare di unôequazione differenziale lineare non omogenea a coefficienti costanti

Lagrange

Å Supponiamo di avere lôequazione del 2° ordine

ynj+ a_1yNj+ a_2y = f(x)

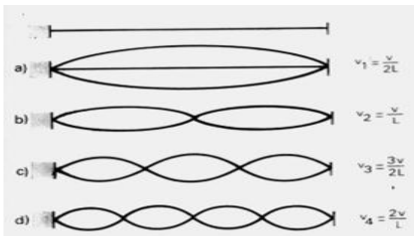
Å e che $c_1u_1(x) + c_2u_2(x)$ sia lôintegrale generale della omogenea associata.

Å Allora si considera una funzione del tipo $v_1(x)u_1(x) + v_2(x)u_2(x)$ e si determinano i coefficienti $v_1(x)$ e $v_2(x)$ in modo tale che $v_1(x)u_1(x) + v_2(x)u_2(x)$ sia una soluzione dellôequazione di partenza

Il problema della corda vibrante

Å Al problema della corda vibrante, cioè di come si propagasse su una corda unôenergia dovuta allo spostamento dalla sua posizione di quiete, si dedicarono vari matematici, tra cui Eulero, Lagrange e DôAlembert

Il problema della corda vibrante



Il problema della corda vibrante

Å *1) Il numero delle vibrazioni è inversamente proporzionale alla lunghezza della corda: più lunga è la corda, meno alto è il suono.*

Å *2) Il numero delle vibrazioni è inversamente proporzionale al diametro della corda: più spessa è la corda, meno alto è il suono.*

Il problema della corda vibrante

Å *3) Il numero delle vibrazioni è direttamente proporzionale alla radice quadrata della tensione: più tesa è la corda, più alto è il suono.*

Å *Se ad esempio una corda è tesa 4 volte più di unôaltra, essa produrrà un suono 2 volte più alto (2 è la radice quadrata di 4).*

Il problema della corda vibrante

Å *4) Il numero delle vibrazioni è inversamente proporzionale alla radice quadrata della densità: più la corda è densa, meno alto è il suono.*

Å *Se ad esempio una corda è di un materiale 4 volte più denso di un altro, essa produrrà un suono 2 volte più grave.*

DôAlembert

DôAlembert

Å **Jean Baptiste Le Ronde DôAlembert** (1717-1783), matematico, fisico, filosofo, enciclopedista, astronomo. Scrisse oltre un migliaio di articoli per la *Enciclopédie* che aveva fondato con Diderot, e il cui primo volume uscì nel 1751.

DôAlembert

Å Determina per primo la soluzione completa della precessione degli equinozi, come pure dimostra, sia pure in maniera tuttôaltro che convincente, il teorema fondamentale dellôalgebra.

DôAlembert

Å Risolve il problema della corda vibrante osservando che una corda in vibrazione può assumere infinite forme oltre quella sinusoidale, tutte descritte dallôequazione

Ö²y/Öt² = a² Ö²y/Öx²

Con un artificio, nel caso a =1, riesce ad integrarla, trovando una soluzione generale:

DôAlembert

y(t,x) = ½ f(t+x) + ½ f(t-x)

dove f(x) è una funzione arbitraria che esprime la posizione iniziale della corda. La f deve avere unôespressione analitica unica che indica la continuità della curva descritta dalla corda

Questa soluzione con una funzione arbitraria contribuisce a far evolvere il concetto di funzione verso una maggiore generalità

DôAlembert (criterio del rapporto)

Å Sia $\Sigma_n u_n$ una serie a termini strettamente positivi e sia $\lim_{n\to\infty} u_{n+1}/u_n = L$. Allora:

Å se L<1 : la serie di termine generale u_n converge.

Å se L>1 : la serie di termine generale u_n diverge.

Å (se L=1 : non si può concludere)

Il teorema fondamentale dellôalgebra

Å Teor. - Ogni polinomio non costante a coefficienti complessi ammette sempre uno zero complesso.

Å Cor. - Un'equazione polinomiale (ovvero formata da un polinomio eguagliato a zero, in una variabile) di grado *n* ammette sempre *n* soluzioni in campo complesso, tenuto conto che alcune possono essere multiple.

Il teorema fondamentale dellôalgebra

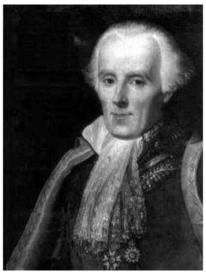
Å Questo teorema fu affrontato, con dimostrazioni diverse e non corrette o non complete, da DôAlembert (1746), Eulero (1749), Lagrange (1772), Laplace (1795). Finalmente una dimostrazione corretta fu fatta da Gauss (1799) e poi una molto più semplice da Jean Robert Argand (1814)

Laplace

Laplace

Å **Pierre-Simon Laplace** (1749-1827)

Å Di umili (e non note) origini, fu fatto studiare da alcuni protettori, si dedicò principalmente alla meccanica celeste



Laplace

Å Non prese parte alla rivoluzione, fece parte del Comitato di Pesi e Misure, fu nominato conte da Napoleone e poi marchese dai Borboni. Napoleone lo fece ministro, ma dopo pochi mesi disse che ñLaplace aveva introdotto lo spirito dellÕinfinitamente piccolo nella direzione degli affariò

Laplace

Å Ambizioso, opportunista, guarda con superiorità i colleghi ed è apprezzato sotto tutti i regimi.

Å Nel 1773 dimostra la stabilità del sistema solare, applicando la teoria gravitazionale di Newton allÕintero sistema, comprese le perturbazioni (il sistema è idealizzato, ad esempio sono trascurate le maree che frenano il moto di rotazione)

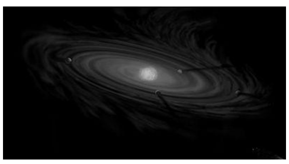
Laplace

Å Scrive pochi trattati, ma molto ponderosi; il suo *Traité de Mécanique céleste* in edizioni e ampliamenti successivi esce in cinque volumi dal 1799 al 1825.

Å Espone unÕipotesi sulla formazione del sistema solare, già proposta da Kant

Laplace

Å Rappresentazione dellÕipotesi di Kant-Laplace: una unica nebulosa da cui nasce il sistema solare (ipotesi accettata ancora adesso con qualche precisazione)



Laplace

Å Laplace intuì il concetto di buco nero, corpo celeste di massa così grande che nemmeno la luce avrebbe velocità superiore a quella di fuga. Ipotizzò inoltre che alcune delle nebulose mostrate dai telescopi non facessero parte della Via Lattea e fossero esse stesse delle galassie. Questo fatto verrà confermato da Hubble nel 1924.

Laplace

Å 1812: *Théorie analitique des probabilités* : ñla teoria della probabilità è soltanto senso comune espresso in numeriò

Å In questôopera si trova il calcolo dellôarea della gaussiana come viene raccontata adesso; vi sono numerosi integrali di funzioni estremamente complicate

Laplace

Å Ancora nella *Théorie analitique des probabilités* si trova la ñtrasformata di Laplaceò (però soltanto con *x* reale)

Å La differenza tra Laplace e Lagrange è stata ben descritta da Fourier: Lagrange è un matematico per cui la fisica è unôoccasione, Laplace è un astronomo per cui la matematica è un mezzo

Laplace

Å Laplace chiude unôepoca: tutto quello che si poteva dire sulla meccanica celeste di modello newtoniano tramite il calcolo differenziale e integrale è detto. È un fautore del determinismo più rigoroso.

Gauss

Gauss

Å **Carlo Federico Gauss** (1777-1855), astronomo, matematico, fisico. Portò il suo contributo in numerose branche di queste discipline

Gauss

Å Si racconta che a quattro anni abbia corretto un errore nei calcoli del padre, e che ancora alle elementari abbia scoperto la regola per eseguire la somma di una progressione aritmetica.

Å Studiò a Göttingen e si addottorò con una tesi che dimostrava il teorema fondamentale dellôalgebra

Gauss

- Ebbe tre figli dalla prima moglie che morì giovane, ed altri tre dalla seconda. Passò periodi di depressione, pubblicava poco perché voleva sempre rifinire calcoli e ragionamenti (*pauca sed matura*), per cui numerose sue scoperte rimasero ignote e furono riscoperte e pubblicate da altri.

Gauss

- Poté giovarsi a lungo del mecenatismo del duca di Brunswick, che però morì nel 1806 per le ferite riportate in una disfatta disastrosa contro Napoleone. Non avendo entusiasmo per lõinsegnamento cercò e trovò un posto fisso come direttore dellôosservatorio di Göttingen e lì rimase sempre, salvo un breve viaggio a Berlino.

Gauss

- Tenne per molti anni in casa la madre a cui era affezionatissimo; dei sei figli uno morì giovanissmo, altri emigrarono perché in disaccordo col padre.

Gauss

- La sua tesi di dottorato è del 1799; nel 1801 esce *Disquisitiones arithmeticæ*, in cui sono esposti vari teoremi di teoria dei numeri, ad esempio è dimostrata lõunicità della scomposizione in fattori primi (nota dai tempi di Archimede).

Gauss

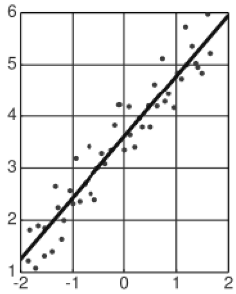
- Vi è anche esposta lõalgebra delle congruenze (due numeri interi a e b sono congruenti modulo q se divisi per q danno lo stesso resto).
- Questõalgebra ha varie proprietà interessanti, ad esempio non vale la legge di annullamento del prodotto

Gauss

- Sulla copertina di un manuale dei logaritmi si trova scritta da Gauss questa intuizione: il numero dei numeri primi minori di a tende ad $a/\log a$ per $a \to \infty$
- Nel 1801 lõastronomo Piazzi scopre il pianetino Cerere, che però viene occultato dalla Luna; Gauss ne determina il punto di nuova apparizione col metodo dei minimi quadrati

Gauss

Å Applicazione del metodo dei minimi quadrati nel caso lineare

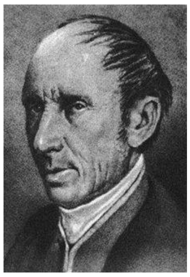


Gauss

Å Gauss si occupa di curvatura di superfici; scrive anche, ma non pubblica, su un modello di geometria non euclidea che verrà invece pubblicato, indipendentemente, da Janos Bolyai

Cauchy

Cauchy



Å **Augustin-Louis Cauchy** (1789-1857) introduce nellôanalisi un rigore non prima conosciuto. Dà corpo alla teoria dei limiti, produce oltre 800 lavori

Cauchy

Å È un ingegnere militare alla Scuola di Ponti e Strade, cattolico, assolutista; diventa membro dellôAccademia quando Monge ne viene espulso, nel 1830 segue il ñsuoò re Carlo X in esilio, viene a Torino, va a Praga e tornerà a Parigi solo nel 1838

Cauchy

Å Nel 1812 Cauchy presenta allôIstituto di Francia una memoria sui determinanti, che si basa sulle sostituzioni circolari; nel 1815 utilizza i determinanti per calcolare il volume del parallelepipedo e nella stessa memoria risolve un problema relativo alla propagazione delle onde tramite un determinante che coinvolge le derivate parziali di una funzione di due variabili:

Cauchy

Å È quello che adesso chiamiamo jacobiano. Jacobi userà questo determinante soltanto a partire dal 1829.

Å A partire dal 1814 Cauchy riempie il *Journal* dellôÉcole Polytechnique e i *Comptes rendus* dellôAccademia con memorie sempre più lunghe sulla variabile complessa

Cauchy

Å 1821: esce il *Traité dôanalyse*. Vi compare tutta lôanalisi presentata tramite la teoria dei limiti, la continuità, la differenziabilità, mentre viene rifiutato il metodo di Lagrange basato sulla serie di Taylor. Come definizione di limite dà (quasi) quella che si dà ora, e così della continuità.

Cauchy

Å La definizione di derivata è quella principale del calcolo differenziale, e quindi il differenziale in sé diventa secondario (a differenza di quanto era per Leibniz)

Å Cauchy propone la definizione di integrale definito come quella odierna, salvo il fatto che calcola la funzione sempre nel primo estremo dei sottointervalli

Cauchy

Å Numerosi teoremi da analisi reale e complessa sono attribuiti a Cauchy; anche se non ne fu lui il primo scopritore, certo ne fu il divulgatore e colui che li collocò in unôopera completa e coerente. Percepì chiaramente non solo la convergenza delle serie di funzioni, ma anche il concetto di uniforme convergenza

Cauchy

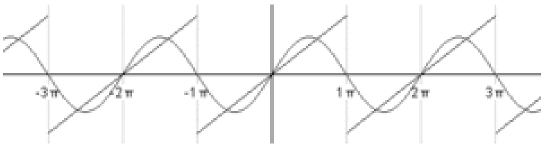
Å A Cauchy, come a Gauss, Lagrange, Laplace furono tributati onori di ogni genere, dei quali ciascuno si fregiò secondo la sua sensibilità

Altri matematici della prima metà dellôOttocento

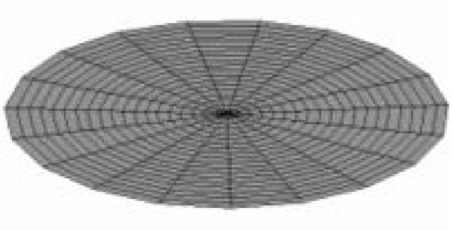
Å Quasi schiacciati tra matematici più famosi accenniamo qui a tre personaggi a cui la vita non riservò soltanto successi.

Å **Jean-Joseph Baptiste Fourier** (1768-1830) si occupò principalmente della diffusione del calore e propose come soluzione dellôequazione relativa funzioni che erano espresse tramite serie trigonometriche.

Fourier



La serie di Fourier



I problemi dei fondamenti

Ruffini

- **Paolo Ruffini** (1765-1822), medico, filosofo e matematico. Professore di matematica all'università di Modena, nel 1798 si rifiutò di giurare fedeltà alla Repubblica Cisalpina e perse la cattedra.

Ruffini

- Nel 1799 pubblica un libro dedicato all'impossibilità di risolvere equazioni di grado superiore al quarto tramite radicali. Per dimostrare questo asserto inventa i gruppi di permutazioni delle soluzioni. Invia il libro a Lagrange due volte senza avere risposta. L'accoglienza dei matematici è fredda; pubblica altre dimostrazioni nel 1808 e 1813.

Ruffini

- Cauchy è l'unico a dargli atto della sua scoperta, e pubblica risultati sull'argomento nel 1814.
- Dopo la caduta di Napoleone Ruffini torna all'insegnamento universitario a Modena, sia di medicina che di matematica. Cura i pazienti di tifo e si ammala lui stesso; guarisce parzialmente e scrive un articolo scientifico sul tifo

Ruffini

Å Scrive di filosofia, confutando certe tesi di Laplace, scrive di probabilità, e la applica allôesame di prove giudiziarie.

Å Ruffini muore nel 1822 senza che lôambiente accademico abbia apprezzato la sua scoperta sulle equazioni; quando Abel nel 1824 pubblica una dimostrazione assai simile, questa viene accettata

Teorema di Ruffini-Abel

Å *"Non esiste nessuna formula per le radici di una generica equazione polinomiale di quinto grado (o superiore) in funzione dei coefficienti del polinomio, usando solo le normali operazioni algebriche (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, estrazione di radici)***ò**

Galois

Å **Evariste Galois** (1811-1832), morì per le ferite riportate in un duello. Ideò la teoria dei gruppi e studiò le radici di unôequazione a coefficienti razionali

Galois

Å La teoria di Galois rende evidente perché sia possibile risolvere le equazioni di grado quattro o inferiore, specificando un criterio generale affinché una particolare equazione polinomiale di un qualsiasi grado abbia le soluzioni esprimibili mediante operazioni algebriche e radicali.

La trascendenza di *e* e ´

Å **Charles Hermite** (1822-1901) dimostrò per primo la trascendenza di *e* (1873).

Å La sua dimostrazione fu poi semplificata da vari autori, tra cui Hilbert. Attualmente se ne fa una dimostrazione per assurdo

La trascendenza di *e* e ´

Å Dimostrare che *e* è trascendente (cioè *non* algebrico) significa far vedere che *e* non può essere soluzione di un'equazione algebrica (cioè polinomiale) a coefficienti interi.

Å Si dimostra per assurdo, cioè dimostrando che è sempre falsa lôuguaglianza

$$a_m e^m + a_{m-1} e^{m-1} + ... + a_1 e + a_0 = 0 ,$$

Å dove gli a_i sono numeri interi e a_mÍ 0.

La trascendenza di *e* e ´

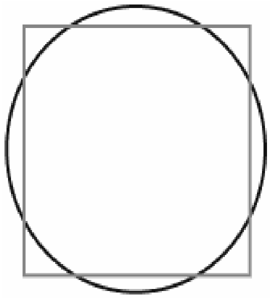
Å **Carl Ferdinand Lindemann** (1852-1939)

Å Lindemann utilizzando la formula *e*´*i* = -1 ha dimostrato la trascendenza di ´ , basandosi sul fatto che *e* è trascendente

La trascendenza di *e* e ´

Å Lindemann ha quindi risolto (dando risposta negativa) il problema della quadratura del cerchio, con la pubblicazione *Über die Zahl* (1882).

Å Tuttavia ancora non si sa se *e*´ sia trascendente



Geometrie non euclidee

Geometrie non euclidee - Bolyai

Å **Janos Bolyai** (1802-1860), ungherese, figlio di Farkas, anchôegli matematico e amico di Gauss; studente eccellente, il migliore schermidore e ballerino dellôesercito ingegnere, ufficiale del Genio, precocemente in pensione

Geometrie non euclidee - Bolyai

Å Ebbe forti contrasti con il padre; ebbe due figli da una donna che non poté sposare subito perché la pensione era troppo esigua; la sposò dopo il 1848 in quanto la legge cambiò perché lôUngheria aveva acquisito lôindipendenza; dopo due anni i due si lasciarono, e i rapporti di Bolyai con il padre migliorarono.

Geometrie non euclidee - Bolyai

Å Morì di polmonite; una università a Cluij, sua città natale ora in Romania fu fondata con il suo nome nel 1945, ma fu chiusa dal regime di Ceausescu nel 1959.

Geometrie non euclidee - Bolyai

Å Propose nel 1831 una geometria in cui non era valido il postulato delle parallele; ad una lettera del padre a Gauss, questi risponde che ci aveva già pensato da trentôanni (infatti côè una sua lettera del 1824 in cui dichiara di aver costruito per proprio diletto una geometria in cui la somma degli angoli di un triangolo è minore di un angolo piatto)

Geometrie non euclidee - Bolyai

Å La risposta di Gauss gettò Bolyai in una forte depressione. Quando poi scoprì che il russo Lobacevskij aveva avuto le stesse idee e le aveva già pubblicate nel 1829, la depressione peggiorò e si mise in pensione dallôesercito. Non scrisse più nulla di matematica e provò a costruire una teoria della conoscenza universale.

Geometrie non euclidee - Bolyai

Å Nel 1832 ideò una lingua universale basata sullôungherese.

Å Scrisse solo poche pagine, ma lasciò oltre 20.000 pagine di manoscritti.

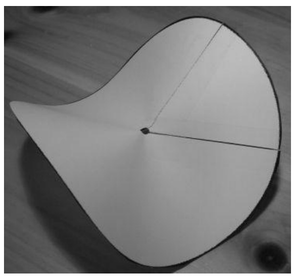
Geometrie non euclidee - Lobacevskij

Geometrie non euclidee - Lobacevskij

Å **Nicola Lobacevskij** (1792-1856) ebbe tutta la sua vita nellôuniversità di Kazan, di cui fu anche rettore per 19 anni. Ebbe sette figli, ma cadde in forte depressione per la morte del primogenito: lôimportanza delle sue scoperte non fu compresa subito, egli fu di fatto pensionato forzatamente e terminò la sua vita in povertà

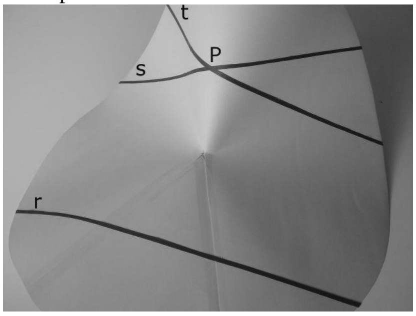
Geometrie non euclidee

Å Si prende una superficie a sella e si chiamano *rette* le intersezioni di tale superficie con un piano



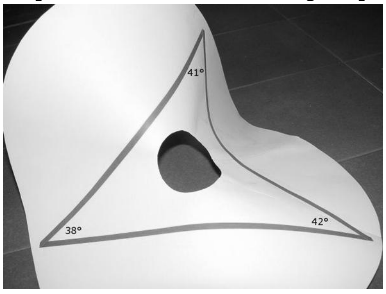
Geometrie non euclidee

- In una superficie a sella le rette *t* ed *s* passano entrambe per P e non incontrano la retta *r*



Geometrie non euclidee

- La somma degli angoli di un triangolo in una superficie a sella è < un angolo piatto



Geometrie non euclidee - Riemann

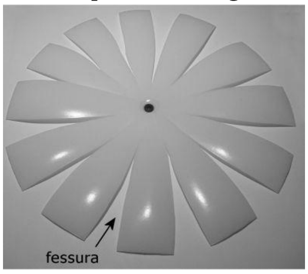
- Nel 1851 **Bernard Riemann** (1826-1866) nella sua tesi di abilitazione propone una geometria non euclidea in cui non esiste parallelismo

Geometrie non euclidee

- Superficie sferica

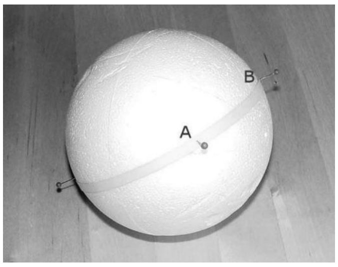
Geometrie non euclidee

- Una superficie sferica *non* è sviluppabile su un piano senza operare dei tagli



Geometrie non euclidee

- In una superficie sferica si dice *retta* una circonferenza massima

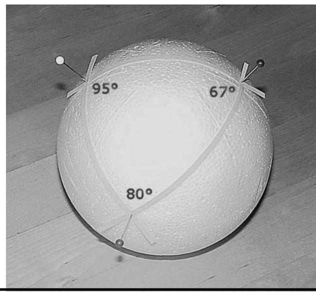


Geometrie non euclidee

Å Triangolo su una superficie sferica, limitato da archi di circonferenza massima

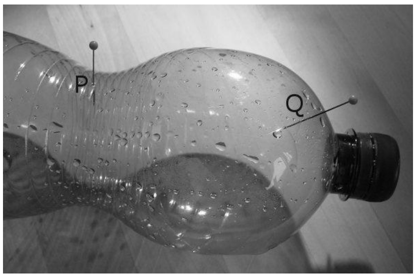
Geometrie non euclidee

Å In una superficie sferica la somma degli angoli di un triangolo è > di un angolo piatto



Geometrie non euclidee

Å Superficie in parte a sella e in parte sferica



La matematica del Novecento

Gli ultimi decenni del XIX secolo

Å Questo periodo vede, dopo unœvoluzione spinta dei metodi applicativi (trasformate di Fourier e di Laplace), un ripensamento su fondamenti. Si ripensa al concetto di funzione (Dirichlet), al concetto di insieme (Cantor), ai fondamenti dellœaritmetica (Frege).

Gli ultimi decenni del XIX secolo

Å **Johann Dirichlet** (1805-1859), tedesco di origine francese, studia la convergenza delle serie di Fourier e cerca di dimostrare che ogni funzione si può scrivere come somma di una serie di Fourier

Dirichlet

Å Dirichlet vuole così rispondere alle critiche di cui era stato oggetto Fourier. Si imbatte invece in una funzione che vale 1 sui razionali e 0 sugli irrazionali; questa non ammette una scrittura sotto forma di serie di Fourier; ammette tuttavia unôespressione tramite due limiti (sarà chiamata *funzione di Dirichlet*):

Dirichlet

$$f(x) = \lim_{m\to\infty} \lim_{n\to\infty} [\cos (2´ n!x)]^{m}$$

Å Infatti se x è razionale, a partire da un certo *n* in poi lôargomento del coseno è un multiplo intero di 2´ e quindi vale 1, e tale sarà il suo limite per m→∞; se x è irrazionale lôargomento del coseno sarà sempre diverso da un multiplo intero di 2´ e quindi il coseno sarà < 1, e il limite della sua potenza *n*-sima è 0.

Dirichlet

Å Tale funzione non è integrabile secondo Riemann, ma lo è secondo Lebesgue (e lôintegrale di Lebesgue vale 0).

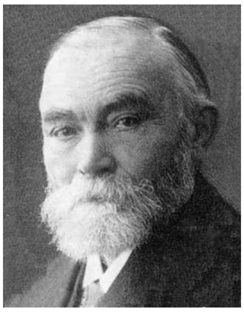
Å Ciò portò Dirichlet ad estendere il concetto di funzione, che viene sganciata dal qualsiasi espressione analitica e che è il concetto che si ha ancora oggi

Dirichlet

Å Un altro interesse di Dirichlet fu lôequilibrio dei sistemi e la teoria del potenziale, che lo portò allo studio delle funzioni armoniche con dei dati al contorno

Frege

Å **Gottlob Frege** (1848-1925), matematico e logico tedesco, professore a Jena, pose il problema del rigore della matematica.



Frege

Å Diversamente da molti altri matematici, ritenne che tale problema non potesse essere risolto con gli apparati tecnici della matematica stessa, neppure con quelli dell'aritmetica. A suo avviso, la validità della conoscenza delle verità aritmetiche poteva basarsi soltanto definendo i concetti aritmetici in termini logici

Frege

Å Questa posizione, che assegna alla logica il ruolo di fondamento della matematica, viene detta **logicismo**.

Hilbert

Å **David Hilbert** (1862 - 1943), uno dei più eminenti matematici a cavallo tra il XIX e il XX secolo, si iscrisse all'Università di Königsberg, sua città natale.

Hilbert

Hilbert

Å Ottenne il dottorato con Lindemann, nel 1885 con la tesi ***Sulle proprietà invarianti di speciali forme binarie, in particolare le funzioni circolari***.

Hilbert

Å Nello stesso periodo era studente di dottorato nella stessa università anche **Hermann Minkowski**, un tedesco nato a Kaunas, a cui fu legato da profonda amicizia e un'altrettanto profonda influenza reciproca si ebbe nei loro lavori.

Minkowski

Å **Hermann Minkowski** (1864-1909)

Å Nato in Lituania, di origine ebrea, insegnò a Bonn, Göttingen, Königsberg e Zurigo, dove ebbe come allievo Einstein

Minkowski

Å Nel 1907 intuì che la relatività ristretta poteva essere meglio raffigurata se si prendeva non già lo spazio euclideo, bensì lo spazio-tempo. Su questa intuizione poi Einstein basò la sua teoria della relatività generale

Hilbert

Å Hilbert rimase all'Università di Königsberg come docente dal 1886 al 1895, quando in seguito all'interessamento di Klein ottenne la cattedra di matematica a Göttingen, dove restò fino alla fine della sua carriera.

Hilbert

Å Il lavoro *Fondamenti di geometria* (1899) sostituisce agli assiomi di Euclide un insieme formale, composto di 21 assiomi, che evita le contraddizioni derivanti da quello di Euclide.

Hilbert

Å Indipendentemente e contemporaneamente, uno studente statunitense di 19 anni, **Robert Moore** pubblicò un insieme di assiomi equivalenti. Alcuni assiomi sono gli stessi, qualche assioma di Moore è un teorema nel sistema di Hilbert, e viceversa.

Hilbert

Å Dopo aver risolto brillantemente i problemi della geometria, Hilbert si accinse a fare lo stesso con la matematica. Riconoscendo comunque l'impresa superiore alle sue sole forze, preparò una lezione dal titolo "**I problemi della matematica**" per il *Secondo Congresso Internazionale di Matematica*.

Hilbert

Å Eccone l'introduzione:

Chi di noi non sarebbe felice di sollevare il velo dietro cui si nasconde il futuro; di gettare uno sguardo ai prossimi sviluppi della nostra scienza e ai segreti del suo sviluppo nei secoli a venire?

Hilbert

Å Il discorso venne pronunciato a Parigi durante il Congresso, dove Hilbert introdusse i suoi famosi 23 problemi: alcuni furono risolti in breve termine, ma altri sono tuttora irrisolti e continuano ad essere una sfida per i matematici.

Hilbert

- Con questa iniziativa, Hilbert diede il via alla **scuola formalista**, una delle tre scuole della matematica del 1900 (le altre sono la *logicista* e l'*intuizionista*).
- Secondo il formalismo la matematica è un gioco privo di significato in cui si gioca con contrassegni privi di significato secondo regole formali concordate in partenza. Essa è quindi un'attività autonoma del pensiero.

Hilbert

- Ma il suo tentativo di assiomatizzazione della matematica era destinato a fallire: nel 1931 Gödel dimostrò come un sistema formale che non fosse contraddittorio non potesse dimostrare la sua completezza. Tuttavia nulla si può dire riguardo la dimostrazione da parte di un differente sistema formale sulla completezza della matematica.

Hilbert

- Hilbert istituì una buona scuola intorno a sé; tra i suoi studenti vi furono **Hermann Weyl** (1885-1955), il campione di scacchi **Emanuel Lasker** (1868-1941) e **Ernst Zermelo** (1871-1953). **John Von Neumann** (1903-1957) fu suo assistente.

Hilbert

Attorno al 1909 Hilbert si dedicò allo studio delle equazioni differenziali ed integrali: i suoi lavori portarono direttamente allo sviluppo della moderna analisi funzionale. Per questi suoi studi, Hilbert introdusse il concetto di spazio a infinite dimensioni, chiamato in seguito **spazio di Hilbert**.

Hilbert e i problemi del secolo

Hilbert e i problemi del secolo

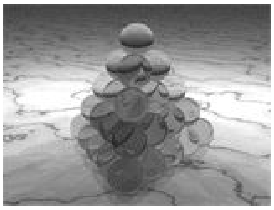
- Egli introdusse 23 problemi da risolversi nel secolo che si apriva: di questi (solo 10 presentati effettivamente, gli altri vennero aggiunti in seguito), 9 sono stati risolti, con soluzione accettata da tutti; 8 sono stati risolti (parzialmente), ma la soluzione non è accettata da tutti; 4 dichiarati troppo vaghi; 2 sono rimasti aperti

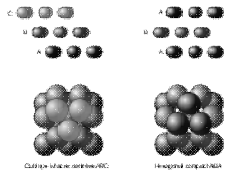
Il miglior impacchettamento

Å Uno dei problemi si scarica sulla dimostrazione di una congettura: quale è la migliore disposizione di sfere di un certo diametro fissato che riempie maggiormente lo spazio di una piramide?

Å Lasciandole cadere dal vertice della piramide, sperimentalmente non si è riusciti a superare il 65%.

Il miglior impacchettamento





Il miglior impacchettamento

Å Keplero dimostra (1611) che una disposizione a strati secondo una regolarità esagonale o cubica riempie al 74% (´ /ã18).

Å Keplero congettura che nessunôaltra disposizione sia più densa.

Il miglior impacchettamento

Å La congettura è stata dimostrata da Gauss (1831) per qualsiasi distribuzione regolare, ma non per una distribuzione qualsiasi.

Å Il passo successivo sarebbe stato il ridurre tutte le distribuzioni irregolari ad un numero finito, e calcolare singolarmente quelle.

Il miglior impacchettamento

Å Il problema è rimasto stagnante per oltre un secolo e mezzo.

Å Nel 1998 Thomas Hales ha annunciato di possedere una dimostrazione della congettura di Keplero. La sua dimostrazione è fatta per esaustione e prevede di controllare molti casi singoli mediante calcoli al computer.

Il miglior impacchettamento

Å I *referee*, dopo aver studiato l'articolo nellôarco di quattro anni, hanno dichiarato di essere certi "al 99%" della correttezza della dimostrazione di Hales. Dunque la congettura di Keplero è molto vicina ad essere considerata un teorema.

Il miglior impacchettamento

Å Nel gennaio del 2003 Hales ha annunciato l'inizio di un progetto di collaborazione avente lo scopo di produrre una dimostrazione formale completa della congettura di Keplero. Lo scopo è quello di rimuovere qualsiasi incertezza residua sulla validità della dimostrazione creando una dimostrazione formale che possa essere verificata da programmi di controllo automatico di dimostrazioni come HOL theorem prover.

HOL theorem prover

Å HOL (Higher Order Logic) **theorem prover** è una famiglia di sistemi di dimostrazione interattiva di teoremi elaborata da varie università.

Å Nata a Cambridge nel 1988 è giunta nel 2008 alla quarta versione (HOL 4), elaborata principalmente dalle università di Cambridge e dello Utah

Il miglior impacchettamento

Å Il progetto lanciato da Hales è chiamato *Project FlysPecK*, dove le lettere F, P e K sono le iniziali delle parole che compongono la frase *Formal Proof of Kepler* (dimostrazione formale di Keplero).

Å Hales ha stimato che serviranno circa 20 anni di lavoro per produrre una dimostrazione formale completa.

Zermelo e lôassioma della scelta

Zermelo

Å **Ernst Zermelo** (1871-1953) si occupò dei fondamenti della teoria degli insiemi. Eô sua la formulazione dellôassioma della scelta (1904)

Zermelo

Å Assioma della scelta (formulazione intuitiva):

Å *dati infiniti sacchi ciascuno con infiniti fagioli è possibile fare la minestra di fagioli prendendo un fagiolo da ogni sacco*

Å Assunto lôassioma della scelta, Zermelo ne dimostrò lôequivalenza con lôipotesi del buon ordinamento

Assioma della scelta

Å Lôassioma della scelta è una congettura?

Å Nel 1940 Gödel dimostra che se è coerente il sistema di Zermelo-Fraenkel privato dellôassioma della scelta, lo è anche se tale assioma vi viene aggiunto, e quindi tale assioma non può essere confutato

Assioma della scelta

Å Del pari lôipotesi del continuo è coerente con il sistema ZF sia che questo comprenda lôassioma della scelta sia che non lo comprenda

Assioma della scelta

Å Nel 1963 Cohen dimostra che sia lôipotesi del continuo che lôassioma della scelta sono indipendenti dagli altri assiomi del sistema ZF

Å Queste congetture quindi cessano di essere teoremi da dimostrare ma diventano caratteristiche di sistemi che regolano la teoria degli insiemi

Weierstrass

Å **Karl Weierstrass** (1815-1897), figlio di un ispettore delle imposte, non fece studi universitari regolari, dedicandosi alla scherma e anche al bere. Divenne poi professore di ginnasio in provincia

Weierstrass

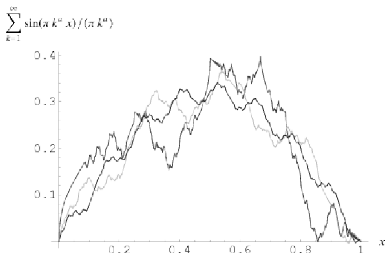
Å Il teorema che asserisce che ogni funzione continua su un chiuso e limitato ammette massimo e minimo (e quindi è limitata), nella dimostrazione di Weierstrass si basa sul teorema di Bolzano-Weierstrass (*ogni insieme limitato e infinito ammette almeno un punto di accumulazione*)

Weierstrass

Å La **funzione di Weierstrass** è una funzione continua in tutti i punti, ma non derivabile in nessuno. Si possono scrivere varie funzioni con questa proprietà: quella originariamente presentata da Weierstrass nelle sue lezioni è la seguente:

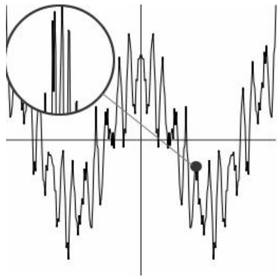
Å $f_a(x)$ = Ʃ$_1$ sin (´ kª x)/ ´ kª

Weierstrass



Rossa: a =2; verde: a = 3; blu: a = 4

Weierstrass



Le proprietà frattali di una funzione di Weierstrass

Lebesgue

Å **Henri Léon Lebesgue** (1875 ï 1941) . Uno dei più famosi matematici francesi grazie alla sua teoria dell' integrazione, pubblicata per la prima volta nella sua tesi, *Intégrale, longueur, aire* nel 1902.

Lebesgue

Å Il problema dell'integrazione, considerato come la ricerca di una primitiva di una funzione, è l'idea chiave della tesi di Lebesgue, che presenta il problema nel suo contesto storico, facendo riferimento a Cauchy, Dirichlet, e Riemann.

Lebesgue

Å L'*integrale* di una funzione può essere visto, nel caso più semplice, come l'area tra il grafico della funzione e l'asse delle *x*. La prima formalizzazione dell'idea di integrale si ha con il concetto di integrale di Riemann. Non tutte le funzioni sono integrabili nel senso di Riemann, un esempio classico è dato dalla funzione di Dirichlet.

Lebesgue

Å Invece di considerare le aree dei rettangoli, che pongono l'attenzione sul dominio della funzione, Lebesgue studiò il codominio della funzione. L'idea del Lebesgue fu in primo luogo quella di sviluppare l'integrale per quelle che chiamava funzioni semplici, funzioni che assumono un numero finito di valori.

Lebesgue

Å In seguito lo definì per funzioni più complicate come l'estremo superiore di tutti gli integrali delle funzioni semplici più piccole della funzione in questione. L'integrazione di Lebesgue gode della notevole proprietà che ogni funzione integrabile secondo Riemann è anche integrabile secondo Lebesgue, e per queste funzioni i due integrali coincidono.

Lebesgue

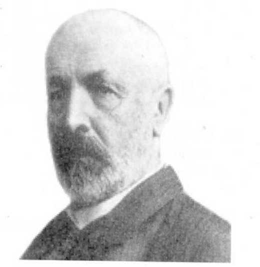
Å Ma ci sono numerose funzioni integrabili secondo Lebesgue che non posseggono l'integrale di Riemann.

Å Lebesgue definì anche il concetto di **misura di Lebesgue** che estende l'idea di lunghezza da intervalli ad insiemi molto più generali chiamati insiemi misurabili

Cantor

Å **Georg Cantor** (1845-1918)

Å Dimostrò la numerabilità dei razionali e pose il problema dellõordine di infinito dei reali (ipotesi del continuo)



Cantor

Dalle funzioni alle distribuzioni

Å Il concetto di *funzione* istituito da Dirichlet e lõintegrale di Lebesgue non si prestavano a tutti i casi della fisica.

Å Dopo una prima generalizzazione ad opera di Heaviside (1850-1925) e la teoria delle funzioni generalizzate della scuola sovietica (Sobolev, Gelfand, Vilenkin) i fisici hanno iniziato ad utilizzare la ñfunzioneò di Dirac

Dirac

Å **Paul Adrien Maurice Dirac** (1902ï 1984) è stato un fisico e matematico britannico di famiglia ginevrina; come fisico teorico viene annoverato tra i fondatori della fisica quantistica.

Dirac

Å La **delta di Dirac**, o **impulso di Dirac**, è una funzione generalizzata la cui introduzione formale ha spianato la strada per lo studio della teoria delle distribuzioni. Informalmente la delta di Dirac vale:

ŭ(x) = 0 per x Í 0

$\int_{-\infty}^{+\infty}$ ŭ(x) dx = 1

Dirac

Å Viene utilizzata per rappresentare approssimativamente fenomeni come i picchi alti e stretti di alcune funzioni o le loro discontinuità: è lo stesso tipo di astrazione che si fa per la carica puntiforme, la massa puntiforme, l'elettrone puntiforme.

Il problema di Plateau

Å Joseph Plateau pubblicò il suo trattato sulle bolle e lamine di sapone nel 1873, ma le bolle avevano già una lunga tradizione in ambiente artistico e letterario. Il problema di Plateau consiste nel trovare, per una generica curva nello spazio tridimensionale, la superficie con la minima area possibile delimitata dalla curva stessa.

Il problema di Plateau

Å È possibile trovare una soluzione sperimentale tramite l'immersione di un modello tridimensionale della curva in acqua saponata: la superficie che risulta è chiamata una ***superficie minima***.

Il problema di Plateau

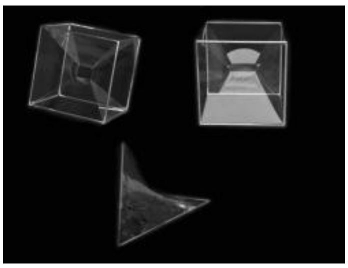
Å Quando soffiamo per creare una bolla di sapone, la superficie si espande; quando smettiamo di soffiare, essa tende all'equilibrio ed assume forma di una sfera, che presenta la minima area superficiale rispetto a tutte le possibili superfici contenenti lo stesso volume d'aria.

Il problema di Plateau

Å Il problema di Plateau consiste nel dimostrare che per ogni curva chiusa nello spazio esiste una superficie minimale che ha tale curva come perimetro

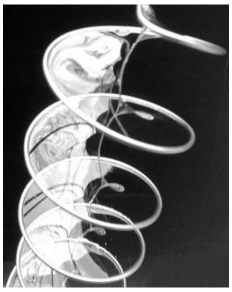
Å Per *curva* ci si attiene alla definizione di Jordan (1887): è lõinsieme dei punti le cui coordinate sono immagini di funzioni continue di un parametro su un certo intervallo

Il problema di Plateau



Soluzioni sperimentali del problema di Plateau

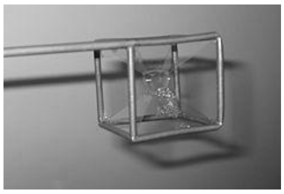
Il problema di Plateau

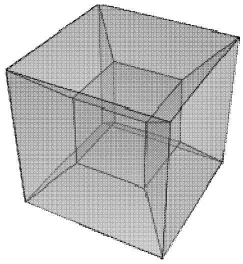


elicoide

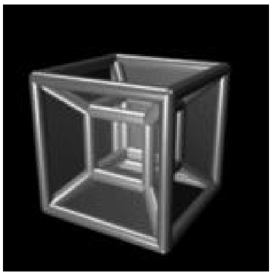
catenoide

Il problema di Plateau: ipercubo





Il problema di Plateau: ipercubo



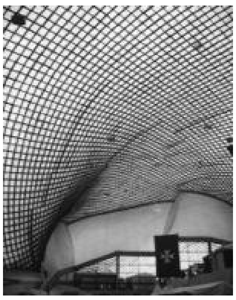
Il problema di Plateau

- **Paul Otto Frei** (1925) è un architetto tedesco, esponente dello strutturalismo ed ha realizzato forme particolari.

Il problema di Plateau

Stadio di Monaco

Mannheim: Multihalle

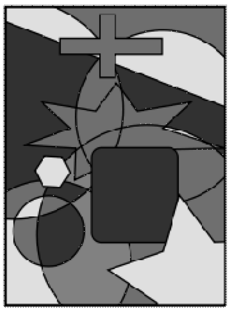


Il problema dei quattro colori

- Il **teorema dei quattro colori** è un teorema della matematica che afferma che data una superficie piana divisa in regioni connesse, come ad esempio una carta geografica politica, sono sufficienti quattro colori per colorare ogni regione facendo in modo che regioni adiacenti non abbiano lo stesso colore. Due regioni sono dette *adiacenti* se hanno almeno un segmento di confine in comune

Il problema dei quattro colori

Å Ciascuna regione deve inoltre occupare un territorio connesso. È immediato trovare mappe per le quali tre soli colori non sono sufficienti. Non è eccessivamente difficile dimostrare che ne bastano al più cinque



Il problema dei quattro colori

Å Tuttavia dimostrare che ne siano strettamente necessari almeno quattro è particolarmente complesso, tanto che la dimostrazione di questo teorema ha richiesto, tra l'altro, un estensivo ricorso al computer, per una delle prime volte nella storia della matematica.

Il problema dei quattro colori

Å La congettura venne presentata per la prima volta nel 1852, quando Francis Guthrie, uno studente di Augustus De Morgan, si accorse che per colorare una mappa delle contee britanniche erano sufficienti quattro colori.

Å La prima, acclamata "dimostrazione", a lungo riconosciuta come definitiva, fu formulata nel 1879 da Alfred Kempe.

Il problema dei quattro colori

Å Nel 1880 Peter Tait annunciò di avere trovato una ulteriore dimostrazione del teorema. Nel 1890 Percy Heawood scoprì l'errore che minava la dimostrazione di Kempe, ben undici anni dopo la sua formulazione; l'anno successivo, ad opera di Julius Petersen, anche la dimostrazione di Tait fu riconosciuta errata.

Il problema dei quattro colori

Å La definitiva dimostrazione del teorema per quattro soli colori è stata fornita nel 1977 da parte di Kenneth Appel e Wolfgang Haken, due matematici dell'Università dell'Illinois, grazie a un complesso algoritmo informatico.

Il problema dei quattro colori

Å La dimostrazione si basa sulla riduzione del numero infinito di mappe possibili a 1.936 configurazioni (poi ulteriormente ridotte a 1.476), per le quali la validità del teorema viene verificata caso per caso dal computer.

Il problema dei quattro colori

Å Qualsiasi mappa può infatti essere ricondotta a un numero finito, sebbene assai elevato, di topologie "notevoli" tramite operazioni che modificano le relative posizioni delle regioni che la costituiscono, ma non le proprietà topologiche della mappa stessa.

Il problema dei quattro colori

Å Per ridurre al minimo la possibilità di errore, il programma fu eseguito su due diverse macchine con due algoritmi indipendenti; per completare l'analisi di tutti i casi possibili fu necessario far lavorare i computer per migliaia di ore. Alla fine, servirono più di 500 pagine per trascrivere a mano tutte le verifiche che costituivano la dimostrazione.

Il problema dei quattro colori

Å Il rivoluzionario utilizzo di algoritmi informatici per verificare l'esattezza della congettura scatenò grandi polemiche sull'affidabilità di questi metodi. Il fatto che la dimostrazione fosse basata sull'analisi di una moltitudine di casi discreti portò alcuni matematici a contestarne l'effettiva validità:

Il problema dei quattro colori

Å sia per l'impraticabilità di una verifica manuale di tutti i casi possibili, sia per l'impossibilità di avere la certezza che l'algoritmo fosse implementato correttamente.

Å La logica e la teoria dell'informazione ci dicono infatti che non è possibile dimostrare la correttezza di un algoritmo, ma tuttavia sono sufficienti semplici controprove per dimostrarne la non correttezza.

Il problema dei quattro colori

Å Ad ogni modo, nonostante le accuse di scarsa "eleganza", nell'algoritmo non è mai stato trovato alcun errore.

Å Infine, nel 2000, Ashay Dharwadker propose una nuova dimostrazione del teorema che richiede l'utilizzo della teoria dei gruppi.

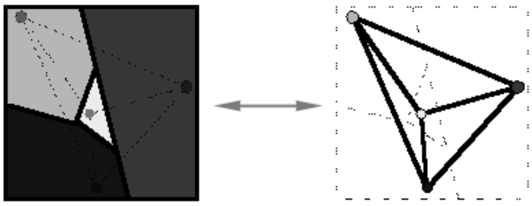
Il problema dei quattro colori

Å Il teorema può essere espresso in forma più comprensibile sfruttando la teoria dei grafi. In questa formulazione i vertici di ciascun grafo planare possono essere colorati utilizzando al massimo quattro colori, in modo tale che due vertici adiacenti non ricevano mai lo stesso colore. In breve, si può affermare che "ogni grafo planare è 4-colorabile".

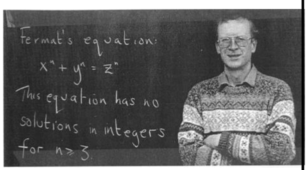
Il problema dei quattro colori

- Questa rappresentazione associa ogni regione della mappa a un vertice del grafo; due vertici sono connessi da uno spigolo se e solo se le due regioni corrispondenti hanno un segmento di bordo in comune.

Il problema dei quattro colori



La soluzione dellûltimo teorema di Fermat

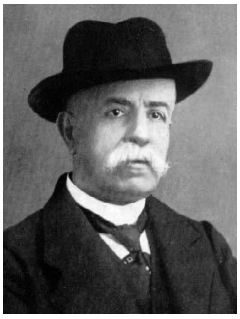


1995: Andrew Wiles dimostra lûltimo teorema di Fermat

Tre matematici padovani

Gregorio Ricci-Curbastro

- **Gregorio Ricci-Curbastro** (1853-1925)
- Di Lugo di Romagna, inizia lôuniversità a Roma, ma gli studi si interrompono nel 1870 per la breccia di Porta Pia; studia poi a Bologna e quindi a Pisa, allievo di Dini.



Gregorio Ricci-Curbastro

- Ricci-Curbastro insegna a Padova varie materie matematiche dal 1880 fino al 1925.
- È lôideatore del Seminario Matematico come comunità dei matematici appartenenti a tutte le facoltà, struttura che anticipa lôodierna struttura dipartimentale introdotta con la riforma del 1980. Al suo nome è intitolato il Seminario stesso e il suo busto si trova nei locali della Biblioteca.

Gregorio Ricci-Curbastro

Å Nel 1901 pronuncia il ñdiscorso inauguraleò dal titolo ñOrigini e sviluppo dei moderni concetti fondamentali sulla geometriaò, ove espone lo sviluppo storico che ha portato alle geometrie non euclidee

Tullio Levi-Civita

Å Il contributo più importante di Ricci è il *calcolo differenziale assoluto*, elaborato insieme al suo allievo padovano **Tullio Levi-Civita** (1873-1941), fondamento del calcolo tensoriale che sarà la base della teoria della relatività generale.

Tullio Levi-Civita

Å Levi-Civita contribuisce allo studio degli *n* corpi; andrà a Roma nel primo dopoguerra, e contribuirà allo studio delle equazioni di Dirac.

Å Le leggi razziali del 1938 lo privano della cattedra e resta isolato dalla comunità scientifica.

Giuseppe Colombo

Å **Giuseppe Colombo** detto *Bepi* (1920-1984) matematico, fisico e astronomo padovano.

Å Nono di dieci fratelli, partecipò alla campagna di Russia, fu decorato al valor militare, fu ferito e rimpatriato fortunosamente.

Giuseppe Colombo

Å Studente alla Scuola Normale di Pisa, poi assistente e infine professore di Meccanica Applicata presso la facoltà di Ingegneria di Padova. Ha insegnato in varie università italiane e americane, e ha preso parte a numerose ricerche spaziali, sia nella NASA che nellôESA (Ente Spaziale Europeo).

Giuseppe Colombo

Å Il suo nome è legato al **satellite al guinzaglio** (*Tethered*, sviluppato dai primi anni ó70) e all'idea di una zattera spaziale creata riutilizzando i serbatoi di propellente lasciati nello spazio dagli Shuttle.

Å Unôaltra sua idea fu quella di lanciare enormi specchi in orbita per concentrare i raggi solari su alcune zone della Terra per allontanare la nebbia.

Giuseppe Colombo

- Contribuì poi all'impresa del Mariner 10 del 1974, tra l'altro proponendo per la prima volta l'uso di una fionda gravitazionale con Venere per far incontrare la sonda con Mercurio ben 3 volte; scoprì infatti l'accoppiamento tra rivoluzione e rotazione di Mercurio (il pianeta compie tre rotazioni intorno al proprio asse ogni due rivoluzioni intorno al Sole).

Giuseppe Colombo

Mariner 10

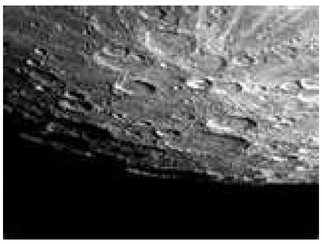
Giuseppe Colombo

- Mercurio è stato visitato per la prima volta nel 1974-75 dalla sonda statunitense Mariner 10.
- Concepito per l'osservazione di Venere e Mercurio, il Mariner 10 venne lanciato il 3 novembre 1973 e raggiunse i dintorni di Mercurio nel 1974.

Giuseppe Colombo

- Il Mariner 10 ha teletrasmesso a terra fotografie registrate nel corso di tre successivi sorvoli. La sonda si avvicinò fino ad alcune centinaia di chilometri dal pianeta, trasmettendo circa 6000 fotografie e mappando il 40% della superficie mercuriana.

Giuseppe Colombo

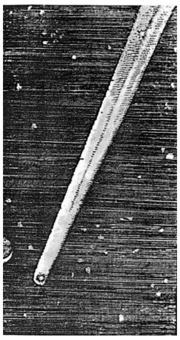


Giuseppe Colombo

- Collaborò anche al lancio della sonda Giotto, che nel 1986 incontrò la cometa di Halley. Il nome venne proposto da lui, in omaggio alla Natività di Giotto della Cappella degli Scrovegni, in cui è raffigurata la cometa.

Giuseppe Colombo

Å Ricordiamo lôosservazione della cometa fatta da Halley nel 1682



Giuseppe Colombo

Å Ha anche spiegato che una variazione di luminosità dell'anello A di Saturno è dovuta alla sua struttura spiraliforme.

Å Ha ottenuto vari premi prestigiosi, tra i quali la medaglia dôoro della NASA.

Giuseppe Colombo

Å La NASA ha lanciato nel 2004 la sonda MESSENGER, il cui primo passaggio ravvicinato di Mercurio, avvenuto il 14 gennaio 2008, sarà seguito da altri due incontri (ottobre 2008 e settembre 2009) prima dell'ingresso in orbita attorno al pianeta previsto per il 18 marzo 2011. In seguito al primo fly-by di Mercurio, la sonda MESSENGER ha inviato a terra le prime immagini dell'emisfero "sconosciuto"

Giuseppe Colombo

Messenger, 14.1.2008

Giuseppe Colombo

Å L'ESA (Ente Spaziale Europeo) gli ha dedicato una missione *BepiColombo* prevista per il 2009, volta all'esplorazione di Mercurio.