STORIA DELLA MATEMATICA

a.a. 2009-2010

Prof. Carlo Minnaja
minnaja@math.unipd.it
http://www.math.unipd.it/~minnaja

Orario

Å per gli studenti di **ingegneria:** mercoledì: 16,15-18,15, aula Be (DEI);
Å venerdì: 14,15-15,15 aula Ke (DEI)
Å per gli studenti di **matematica**: mercoledì: 16,15-18,15, aula Be (DEI);
Å venerdì: 14,15-16,15 aula Ke (DEI)

Orario

Å per gli studenti di **ingegneria** sarà un corso di **36** ore (3 ore per 12 settimane, con inizio il 24 febbraio), di tipo storico istituzionale, riguardante la nascita e lœvoluzione di concetti che essi hanno già incontrato;
Å per gli studenti di **matematica** vi saranno 12 ore aggiuntive (una alla settimana per 12 settimane) per un totale di **48** ore, che tratteranno alcuni approfondimenti

Il corso da 36 ore vale:

Å **4 CFU**

Å Il corso da 48 ore vale:

Å **6 CFU**

Å **Inizio: 24.2**
Å **Termine: 26.5 (salvo recuperi)**

Esame

Å Lœsame, per gli studenti di entrambi i corsi, consiste in uno scritto con domande sullŉintero programma

Appelli

Å Appelli:
Å 14 giugno, ore 14.30 aula Lu4
Å 28 giugno, ore 14.30 aula Le
Å 14 luglio, ore 9, aula P3
Å 2 settembre, ore 9, aula P2
Å 17 settembre, ore 9, aula P3

Appelli

Å La registrazione è obbligatoria entro il 30.9.2010

Å Eventuali appelli successivi non saranno gestiti da me

Finalità del corso

Å Il corso si propone finalità culturali utili alla preparazione complessiva dellõingegnere

Å La parte supplementare per i matematici vuole trattare concetti e personaggi che vengono incontrati nella scuola media o in uno studio specifico di matematica

Bibliografia di base (generica)

Å G. T. Bagni: *Storia della Matematica* (2 voll.), Pitagora, 1996

Å C. B. Boyer: *Storia della matematica*, Mondadori, 1980

Å E. Bell: *I grandi matematici*, Sansoni, 1966

Å G. Loria: *Storia delle matematiche*, Hoepli, 1950

Bibliografia specifica

Å **Matematica dal õ700 in poi**:

U. Bottazzini: *Il flauto di Hilbert*, UTET, 1990

Å **Matematica padovana**:

AA.VV.: *I matematici allõuniversità di Padova dagli inizi al XX secolo*, Esedra, 2008

Å **Autori singoli o argomenti specifici**:

Wikipedia e *Le Scienze* (fascicoli monografici); altre monografie verranno eventualmente indicate di volta in volta durante il corso

Materiale del corso

Å Al sito:

Å http://www.math.unipd.it/~minnaja

Å sulla pagina in italiano, alla voce ñDidatticaò, cliccando su ñStoria della Matematica, si troveranno, allõinizio di ogni settimana, in formato pdf, le schermate che verranno proiettate durante la settimana, separate tra il corso da 36 ore (StoriaMatx Ing) e il supplemento da ulteriori 12 (StoriaMatxMat)

Inizio della civiltà umana

Å Circa 3.600.000 anni fa:

Å **Australopithecus:**

Å primo ominide, primate eretto, pollice opponibile

Å Circa 1.800.000 anni fa:

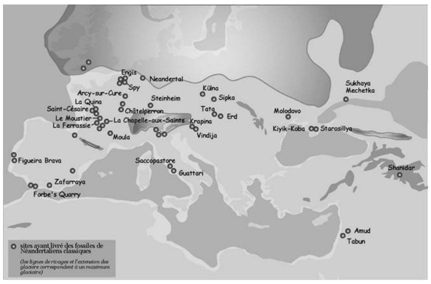
Å **Homo erectus:**

Å Linguaggio parlato rudimentale

Inizio della civiltà umana

- Circa 120.000 anni fa:
- **Homo neanderthalensis**:
- ha un linguaggio articolato rudimentale

Inizio della civiltà umana



Inizio della civiltà umana

- Il periodo paleolitico inferiore si fa terminare con il 35.000 a.C.
- A quellûepoca lûuomo sa costruire utensili di pietra, sa vestirsi, scaldarsi, costruire rifugi, parlareé
- Sa anche contare?

Diversità nella quantità

- Non solo lûuomo ha memoria ed immaginazione; anche molti altri animali sono capaci di distinguere il numero, la dimensione, lûordine e la forma
- Moltissimi animali distinguono lûuno dal più di uno, il due dal ñmoltiò

Diversità nella quantità

- La capacità di coordinamento in insiemi di esseri viventi composti di molti elementi rende ragione delle costruzioni di formicai, termitai, dighe fatte dai castori, aggressività di sciami di api o vespe, carica di quadrupedi contro un comune nemico
- sono sopravvissute solo quelle specie che hanno saputo trovare la consapevolezza che il grande numero (oltre che la dimensione corporea e la grande mobilità) è il miglior mezzo di difesa e di autoconservazione

Diversità nella quantità

- Distinzione tra **uno**, due e più di due
- Importanza del numero **due**, della **coppia**
- Lingue con il **duale**:

  residuo in italiano: *ambo*, *ambiente*, *ambire*, *anfiteatro*, *anfibio* (dal greco Ŭɛúɑ), *binario*, *bis*, *bipede*

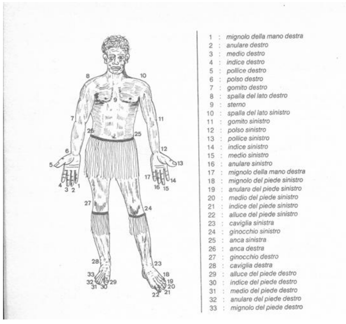
  altre lingue: *beide*, *both* (radici diverse da *zwei*, *two*)

Il contare

Å Parti del corpo per contare:

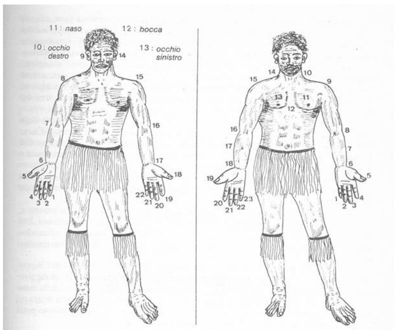
le dita delle mani, delle mani e dei piedi, altre parti del corpo

Il contare



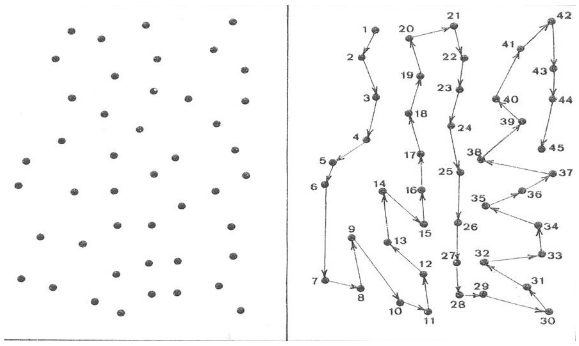
Procedimento numerico corporale usato da alcune popolazioni delle isole dello stretto di Torres (braccio di mare tra lôAustralia e la Nuova Guinea)

Il contare



Procedimento usato nella Nuova Guinea dai Papua (a sinistra) e dagli Elema (a destra)

Il contare



Alcuni animali contano

Å Esperimenti con i corvi dimostrano che questi riescono a ñcontareò (= distinguere) almeno fino a quattro

La nascita della numerazione

Å **Vestonice**: primo esempio di numerazione (25.000-30.000 a.C.) (K. Absolom, 1937)

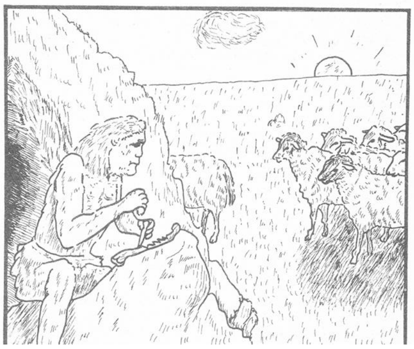
Å Un osso di lupo su cui sono incise tacche con una tacca più profonda ogni cinque:

55 tacche, divise in due serie, la prima di 25 e la seconda di 30, distribuite in gruppi di 5

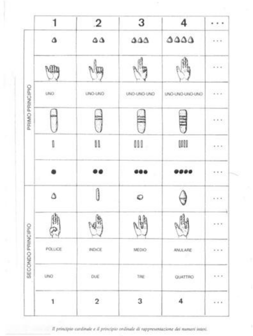
Å La **prima numerazione** sembra quindi essere stata in **base 5**

La nascita della numerazione

:



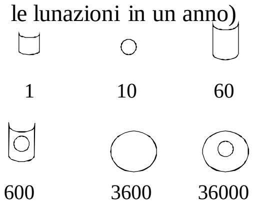
La nascita della numerazione



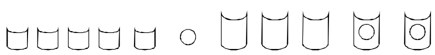
La nascita della numerazione

- Con il 7000 a.C. si fa terminare l'età della pietra e iniziare l'età dei metalli.
- Con il 5000 a.C. si fa terminare la preistoria e si fa cominciare la storia (primi documenti scritti)

La nascita della numerazione

- Primo sistema di numerazione scritta:
  - **sumero** (3500-3000 a.C.): *misto* con base sessagesimale e decimale
  - *base sessagesimale*: 5x12 (dita di una mano per le lunazioni in un anno)
  - 

La nascita della numerazione



5 x 1 + 1 x 10 + 3 x 60 + 2 x 600 = 1395

Scrittura del numero 1395 nel sistema sumerico

La nascita della numerazione

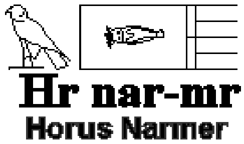
- **Occhio di Horus**
- Horus, Horo, scritto Hr (gli egiziani non scrivevano tutte le vocali), divinità egiziana (= colui che sta in alto) rappresentata dal falco
- Secondo il mito più accreditato, Horus era figlio di Osiride e di Iside; lottò contro il fratello Seth e nella lotta perse un occhio

La nascita della numerazione

Å Statua di **Horus**, tempio di Edfu, Egitto

La nascita della numerazione

Å Horus fu considerato lôunificatore dei due regni dellôAlto e Basso Egitto e il faraone fu considerato la personificazione del dio Horus; vicino al suo nome si trova questo segno (=nome di Horus)



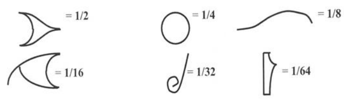
La nascita della numerazione

Å Il simbolo di Horus in una stele al Louvre

La nascita della numerazione

L'occhio di Horus fu considerato un potente amuleto, cui vennero attribuiti poteri magici con significati diversi nei vari campi del sapere.

In matematica il simbolo fu scomposto in sei parti e ad esse si fecero corrispondere le sei frazioni unitarie più frequenti, quelle corrispondenti agli inversi delle prime sei potenze di 2:



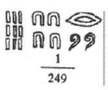
Ad ogni parte dell'occhio si fece corrispondere un senso:1/2 = olfatto,1/4 = vista, 1/8 = pensiero, 1/16 = udito, 1/32 = gusto, 1/64 = tatto.

Se si prova a sommare tutti i pezzi, tuttavia, si ottiene 63/64, e non 64/64: manca all'appello 1/64!

La nascita della numerazione

Per esprimere le frazioni, gli egizi si servivano, in genere, del geroglifico della bocca (segno che si leggeva è ***R*** e che, nel contesto, significava "parte") e lo mettevano sopra il numero facente funzione di denominatore:

Quando il denominatore non poteva venire rappresentato tutto intero sotto il segno della "bocca", scrivevano l'eccedenza di seguito:



La nascita della numerazione

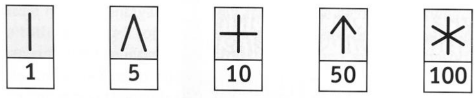
Alcune frazioni, come 1/2, 2/3, e 3/4 erano invece raffigurate con segni speciali:

1/2 = 

2/3 =  ovvero "le due parti"

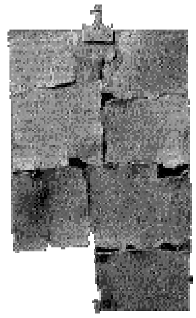
3/4 =  ovvero "le tre parti"

La nascita della numerazione



Å Alcuni simboli della numerazione etrusca

La nascita della numerazione



Å Tabula Cortonensis (tavola in bronzo, II sec. a.C. rinvenuta nel 1992)

Å Vi sono le parole che indicano numeri:

Å Sal (due), sa (sei), sar (dieci), il segno IIII (quattro) e la C rovesciata (metà)

La nascita della numerazione

Å Sistema di numerazione inca

Matematica egiziana

Å Gli scribi egiziani erano abbastanza abili a fare di conto, a risolvere problemi di primo e di secondo grado (anche sistemi)

Å In vari papiri (Rhind, Mosca, Berlino) si trovano problemi pratici, come dividere un certo numero di pagnotte o come calcolare il volume di solidi

Matematica egiziana
Papiro Rhind

Å Papiro **Rhind** (m. 3 x cm. 33)

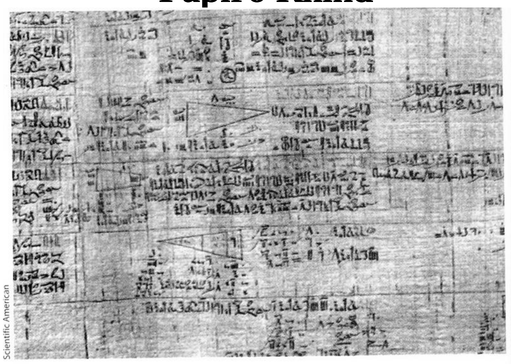
Å Henry Rhind, antiquario scozzese, lo acquista nel 1858 a Luxor

copiato ca. 1650 a. C. dallo scriba **Ahmes** da un altro papiro 2000-1800 a.C.

contiene tavole numeriche e 84 problemi aritmetici, algebrici, geometrici

Matematica egiziana
Papiro Rhind

Matematica egiziana
Papiro Rhind



Matematica egiziana
Papiro di Berlino

- Papiro di **Berlino:**
- *Ti si dice che lôarea di un quadrato di 100 cubiti è pari alla somma delle aree di due quadrati più piccoli. Il lato di uno di questi quadrati è 1/2+1/4 del lato dellôaltro.*
- *Fammi sapere le lunghezze di questi lati.*

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$$

Matematica egiziana
Papiro di Mosca

- **Papiro di Mosca** (detto anche ñpapiro di Goleniscevò dal suo primo possessore), ca. 1850 a.C., cm. 544 x 8:
  - 25 esempi di calcoli e problemi matematici
- Problema 14: *calcolare il volume di un tronco di piramide a base quadrata*
- Formula per calcolare la superficie di un emisfero

Matematica egiziana
Tavole di raddoppio

3	2	6	
5	3	15	
7	4	28	
9	5	45	
9	6	18	
11	6	66	
13	7	91	
13	8	52	104

detto N il primo numero, I, J (eventualmente K) gli altri, vale la relazione

$$2/N = 1/I + 1/J\ (+1/K)$$

Matematica egiziana
Tavole di raddoppio

- A cosa servivano?
- A scrivere frazioni del tipo 2/N (ovviamente con N dispari) tramite frazioni con numeratore 1 (N dispari, per N pari era ovviamente 2/N = 1/N+1/N)
- Applicando ripetutamente possiamo ad esempio ottenere una forma per 4/7

Matematica egiziana
Tavole di raddoppio

4/7 è il doppio di 2/7

- è 2/7 = 1/4 + 1/28

e raddoppiando si ha

- 2/4 + 2/28 = 1/2 + 1/14

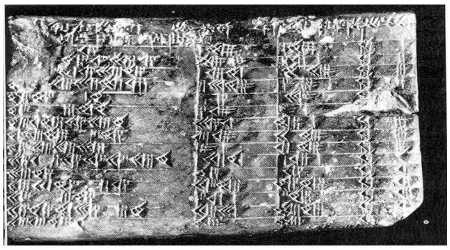
Matematica babilonese

- Numerazione in base mista 10 e 60
- Il 60 ha molti divisori, tra cui il 3 e il 4, mentre il 10 ne ha due soli
- Tabelle di reciproci, in cui vengono saltati i quozienti periodici
- Terne pitagoriche:

  numeri interi *a, b, c* tali che

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Matematica babilonese
Terne pitagoriche



Terne di numeri interi *a, b, c* che soddisfano la relazione $a^2 + b^2 = c^2$

Matematica babilonese
Terne pitagoriche

- Certamente gli autori di tali tavole conoscevano formule con cui si potevano costruire terne pitagoriche, ad es., dati due interi *p* e *q* risultano terne pitagoriche le terne *a*, *b*, *c* così costruite

$$a = p^2 - q^2$$
$$b = 2\,p\,q$$
$$c = p^2 + q^2$$

Lo zero e i calcoli algebrici

- Lo **zero** era ben noto ai babilonesi, che però non lo scrivevano sempre; gli egiziani non lo consideravano
- né babilonesi né egiziani consideravano i numeri negativi
- babilonesi ed egiziani erano abili calcolatori nel risolvere con artifici sistemi di primo grado anche con parecchie equazioni, ed equazioni di secondo (scartando sempre eventuali radici negative)

La numerazione

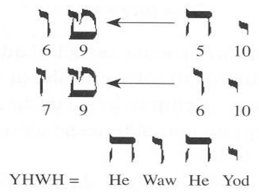
La numerazione ebraica

- gli **ebrei** furono i primi ad istituire una numerazione basata sulle lettere dell'alfabeto, utilizzando anche le varianti delle lettere usate in fine di parola

La numerazione ebraica

א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
1	2	3	4	5	6	7	8	9
י	כ	ל	מ	נ	ס	ע	פ	צ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ק	ר	ש	ת	ץ	ף	ן	ם	ך
100	200	300	400	500	600	700	800	900

La numerazione ebraica



15= 9+6 (non 10+5); 16 = 9+7 (non 10+6) per non pronunciare invano il nome di Javeh

La numerazione ebraica

- Il numero massimo che si trova nei Testamenti tramandatici dalla civiltà ebraica sembra essere
- *duecento migliaia di migliaia di cavalieri* (due miriadi di miriadi)

(*Apocalisse*, 9:16)

La numerazione greca

- la numerazione **greca arcaica** non differiva dal sistema egiziano: un numero era formato dalla giustapposizione di vari simboli
- La numerazione greca tramite le lettere dell'alfabeto ha seguito quella ebraica ed è attestata a partire dal I sec. a. C.

La numerazione greca

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Unità:	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
Decine:	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
Centinaia:	ρ	σ	ρ	υ	φ	ε	ψ	ω	ϡ
Migliaia:	,α	,β	,γ	,δ	,ε	,ϖ	,ζ	,η	,θ

La numerazione greca

In questo modo l'ordine delle cifre è inessenziale:

ρκγ = κργ =123

esistono in più il *koppa* e il *sampi* rispettivamente per il 90 e il 900

solo quando si passa alle migliaia si usano le lettere precedute da un apice in basso

La numerazione greca

- In tale modo si arrivava soltanto a 9999
- poi si contava per *miriadi* e si utilizzava la μ maiuscola (che si scrive M)

Altri sistemi di numerazione

- Eô credenza comune che lôalfabeto sia stato inventato dai **Fenici** attorno al XV sec. a. C.
- forse non è così semplice, ma certamente tutti gli alfabeti primitivi della zona mediterranea sono derivati da quello fenicio, e quindi basati su 22 segni, eventualmente modificati

Altri sistemi di numerazione

La numerazione **romana** non era fondamentalmente posizionale, ma era basata sul significato dei segni:

I, II, III, IIII (poi: IV), V, VI, VII, VIII, VIIII (poi: IX), X, XX, XXX, XXXX (poi: XL), L, LX, LXX, LXXX, LXXXX (poi: XC), C, D, M

Sistema estremamente complicato per effettuare le operazioni

Altri sistemi di numerazione

- La numerazione **Maya** aveva base 20, i numeri venivano scritti dallôalto in basso, con punti e trattini, ed esisteva un simbolo per lo 0

Bibliografia sulla storia dei numeri

- **Ifrah, Georges**: Storia universale dei numeri, Milano, 1989
- **Ifrah, Georges -** Enciclopedia universale dei numeri; introduzione di Piergiorgio Odifreddi, Milano, 2008

La matematica presso i Greci

La matematica presso i Greci

ἀγεωμέτρητος μη εἰσίτω

μεδεὶς ἀγεωμέτρικος εἰσίτω
(Accademia)

ἀεί ὁ θεός γεωμετρίζει
(attribuito da Plutarco a Platone)

La matematica presso i Greci

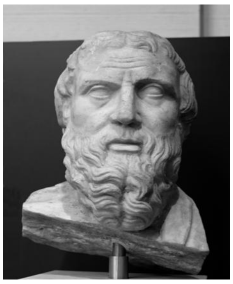
Nascita della dimostrazione:
gli "elementi" di Ippocrate di Chio(x) (circa 450 a.C.) scuola Ionica).

Evoluzione dei significati

μάθημα = scienza, disciplina, studio
μάθησις = apprendimento, cognizione
τὰ μαθηματικά, οἱ μαθηματικοὶ
θεώρημα = spettacolo
ἀπαγωγή = il condurre da un luogo ad un altro
ἀδύνατος = impossibile
ἀπαγωγή εἰς τὸ ἀδύνατον = = dimostrazione per assurdo

(x) Lo stesso titolo avrà l'opera di Euclide e dei successori: στοιχεῖα

La nascita della geometria



Å **Erodoto** (484 a.C. - 425 a.C.) fissa la nascita della geometria in Egitto per la necessità di rimisurare i terreni dopo le inondazioni del Nilo

La nascita della geometria

Å **Aristotele** (384 a.C. - 322 a.C.) ritiene che la geometria nasca in Egitto stimolata da una classe agiata di sacerdoti

Il numero

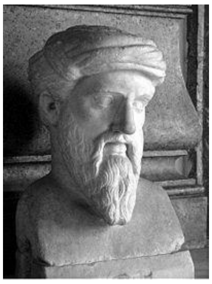
Å Prima definizione di numero (**Talete di Mileto**):

numero è un sistema di unità

Talete

Å **Talete** (c. 640 a. C. - 547 a. C.): primo filosofo della civiltà occidentale, uno dei sette saggi dellâantichità, osservatore della natura, astronomo, matematico

Pitagora



Pitagora di Samo

´Ůďɤ = persuado

αɔɘʇ Ÿ= piazza

(ca. 575 - ca. 490)

Pitagora

Pitagora, dopo viaggi in Asia Minore e in Egitto, venne a stabilirsi nella Magna Grecia, a Crotone, una colonia dorica; attorno a lui si raccolse un movimento misticheggiante (purificazione dellꞌanima)

- prese posizioni politiche e fu avversato dalle autorità costituite
- non lasciò nulla di scritto e vietò ai suoi discepoli di comunicare le scoperte agli estranei

Pitagora

Euclide e Pitagora, ovvero la geometria e lꞌaritmetica; formella di Luca Della Robbia nel Campanile di Giotto

Pitagora

Pitagora raffigurato in una moneta romana

I Pitagorici - Filolao

- Filolao (470 a.C.-390 a.C.)

  originario di Crotone secondo Diogene Laerzio, di Taranto secondo tutte le altre fonti

  visse a Crotone qualche decennio dopo Pitagora, fu perseguitato perché pitagorico

  si rifugiò a Tebe, dove cꞌera un popolo di stirpe affine a quella che aveva fondato Crotone

I Pitagorici - Filolao

- A Tebe aprì una scuola
- dei suoi scritti possediamo solo pochi frammenti
- diffuse per primo gli scritti pitagorici, fino allora tenuti segreti dagli iniziati
- propose una profonda revisione della dottrina cosmologica pitagorica, che invece era fondata sulla sfericità della Terra e sul geocentrismo

I Pitagorici - Filolao

Å Cosmologia di Filolao:

Å al centro dellõuniverso cõè un fuoco, *Hestia*

Å attorno ad Hestia ruotano:

anti-Terra, Terra, Luna, Sole, i 5 pianeti e le stelle fisse

Å Aristarco (III sec. a. C.) proporrà lõipotesi eliocentrica

I Pitagorici - Filolao

Å Filolao fu anche medico: sostenne tesi diverse da quelle di Alcmeone, il massimo medico della scuola di Crotone, sulla composizione del corpo umano, costituito da solo caldo, e nel quale entrano dallõesterno i principi attivi del freddo, dellõumido e del secco, la cui dialettica costituisce lõequilibrio vitale

I Pitagorici - Filolao

Å Con Alcmeone e diversamente da Pitagora sostenne invece che lõanima e il corpo sono indissolubilmente legati come lõarmonia con le corde: se le corde si tagliano o la lira si spezza lõarmonia svanisce

Scuola pitagorica

Å Tutti gli oggetti sono fatti di punti, e quindi tutto lõuniverso è costituito di punti

Å i punti si susseguono: $N_{k+1} = N_k + 1$

Å (ovviamente **non** era questa la notazione)

Å Numeri *triangolari*: 1, 3, 6, 10, 15, ...

Å
Å Å
Å Å Å
Å Å Å Å

Scuola pitagorica

Å Se N è un quadrato e si organizzano N oggetti a quadrato si dimostra subito che ogni quadrato è la somma seguente:

Å $N^2 = (N-1)^2+N+(N-1)$

Å° Å° Å
° ° Å° Å
ÅÅÅ° Å
° ° ° ° Å
ÅÅÅÅÅ

Scuola pitagorica

Å Costruzione dei solidi regolari

Å soluzione geometrica di alcune equazioni algebriche

Å riconoscimento che Vespero e Lucifero erano lo stesso corpo celeste

Scuola pitagorica

Å Scoperta che $\sqrt{2}$ non è un numero razionale

Å Scoperta della relazione tra gli angoli interni di un poligono di *n* lati:

$2n$ - 4 *angoli retti*

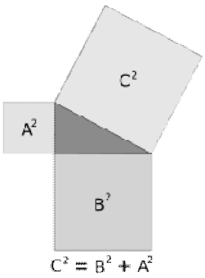
Per il triangolo è la ben nota:

la somma degli angoli interni di un triangolo è uguale a due angoli retti

Scuola pitagorica

Å Unôaltra della proprietà geometriche che vengono attribuite alla scuola pitagorica è il *teorema di Pitagora*, già noto molti secoli prima fin dai babilonesi, che scrivevano terne pitagoriche o il triangolo di corda egizio, basato sui numeri 3, 4, 5.

Teorema di Pitagora



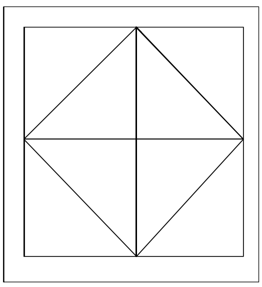
Teorema di Pitagora

Å Una gustosa dimostrazione del teorema, nel caso di un triangolo rettangolo *isoscele* si ha in *Menone*, un dialogo di Platone, dove Socrate insegna ad un ragazzo che se *a* è la lunghezza dei cateti e *d* quella dellôipotenusa, risulta

$$2a^2 = d^2$$

(problema della duplicazione del quadrato)

Teorema di Pitagora



Å Teor. di Pitagora per il **triangolo rettangolo *isoscele***:

se *a* è il lato e *d* la diagonale si vede che lôarea del quadrato grande è $4a^2$ e quindi lôarea del quadrato sullôipotenusa è

$$d^2 = 2a^2$$

da cui $d = \sqrt{2}\,a$ (nella notazione odierna)

Teorema di Pitagora

Interviene qui la radice di 2, ma non direttamente, perché Socrate non estrae poi la radice, ma fa un ragionamento geometrico

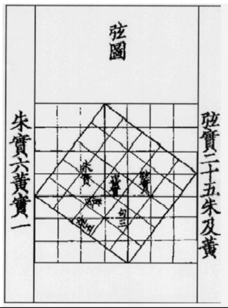
Teorema di Pitagora (babilonese)

Tavoletta paleobabilonese (1800-1600 a.C)

Quadrato con due diagonali:
lato del quadrato: 30
sulla diagonale sono scritti due gruppi di numeri:
1;24, 51, 10
$(1+24/60+51/60^2+10/60^3=$
$=1{,}414213 \sim \sqrt{2})$
42;25, 35
$(42+25/60+35/60^2=$
$=42{,}42639 \sim 30\sqrt{2})$

Teorema di Pitagora (cinese)

Hsuan-thu (1200 a.C. ?)



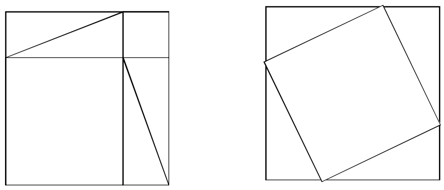
Triangolo di lati 3, 4, 5
Se si contano i numeri dei quadretti si nota che è
$3^2 + 4^2 = 5^2$

Teorema di Pitagora (indiano)

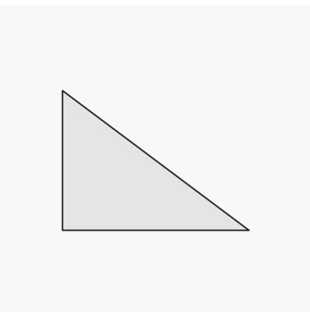
- Una dimostrazione del teorema di Pitagora si trova in un libro indiano, *Lilavati* (il bello), che però fa riferimento ad un *salvasutra* forse dell'800 a.C.
- **Sutra** è un corpo di conoscenze scientifiche o rituali, mentre **salva** è la corda, e il *salvasutra* a cui ci riferiamo riporta numerosi esempi di misurazioni di lunghezze fatte con la corda, tra cui la costruzione di triangoli rettangoli.

Teorema di Pitagora (indiano)

- Dimostrazione: बोध = "guarda"



Teorema di Pitagora



La logica

Aristotele

Aristotele e Platone (formella di Luca della Robbia nel campanile di Giotto)

Aristotele

Å Nasce a Stagira, in Macedonia nel 384 a. C.
Å è figlio del medico reale e vive nella capitale Pella
Å rimasto orfano va da un precettore in Asia Minore e quindi viene mandato ad Atene

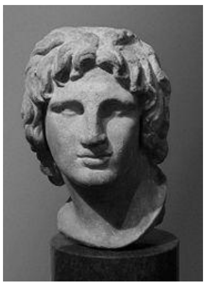
Aristotele

Å Studia nellôAccademia fondata da Platone (che allora era in Sicilia e tornerà ad Atene nel 364 a. C.)
Å studia dapprima **matematica**, poi **dialettica**
Å la scuola di matematica è retta da **Eudosso di Cnido**
Å Scrive poi di filosofia, sullôanima

Aristotele

Alla morte di Platone (327 a. C.) come maestro dellôAccademia subentra suo nipote Speusippo, e Aristotele lascia lôAccademia; fonda una scuola filosofica, e poi va sullôisola di Mitilene (Asia Minore); nel 342 viene chiamato dal re di Macedonia per fare il precettore a suo figlio Alessandro (Magno)

Aristotele



Busto di Alessandro Magno (British Museum)

Alessandro Magno alla battaglia di Isso (Museo Nazionale di Napoli)

Aristotele

Quindi si stabilisce ad Atene nel 335 ca. e fonda nel ginnasio Liceo (perché dedicato ad Apollo Licio) la scuola peripatetica

Aristotele

Å Aristotele scrisse numerose opere, tra le quali la *Metafisica* e la *Logica*

Å vi si trovano dissertazioni di meccanica, fisica, matematica, botanica, psicologia, economia

Aristotele

Å Le teorie devono essere basate su un certo numero di proposizioni indimostrabili:

Å **nozioni comuni** (*assiomi*), caratteristiche di qualsiasi scienza

Å **nozioni specifiche** (*postulati*), che sono caratteristiche della scienza particolare e che fissano il significato dei concetti fondamentali

Å il resto va dimostrato

Aristotele - Logica

Å Tre **principi logici** fondamentali

Å Principio di **identità**:

una proposizione è uguale a se stessa

Aristotele - Logica

Å Principio di **non contraddizione:**

ñNon è lecito affermare che qualcosa sia e non sia nello stesso modo ed allo stesso tempo.ò

Aristotele, *Metafisica*, 3, 6

Å Principio del **terzo escluso**:

tra una proposizione e la sua negazione almeno una è vera

Aristotele - Logica

Å Il **sillogismo** come primo esempio di dimostrazione:

Å **premessa maggiore** (vi compaiono un *predicato* e un *termine medio*)

Å **premessa minore** (vi compaiono un *soggetto* e un *termine medio*)

Å **conclusione** (vi compaiono un *soggetto* e un *predicato*)

Aristotele - Logica

Å **PM**: tutti gli uomini sono mortali

Å **Pm**: tutti gli ateniesi sono uomini

Å **Conclusione**: tutti gli ateniesi sono mortali

Å La logica aristotelica tratterà anche diversi tipi di sillogismo

Aristotele - Logica

Å **Paradosso**

Å Consiste nel presentare una proposizione di cui nessuno può dire se è vera o falsa

Å Paradosso del mentitore:

ñ**Io sto mentendo**ò

Å Questa proposizione non è analizzabile usando la logica a due valori

Logica

Å Lôuso di un ragionamento basato sulla logica per dimostrare proprietà matematiche appare soltanto in Aristotele (con alcuni precedenti in Zenone, Anassagora, Platone) e nella matematica indiana

Å Dimostrazione *per assurdo*

Problemi classici

I tre problemi classici della matematica greca

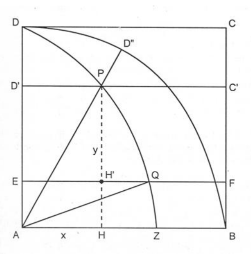
Å **trisezione dellôangolo**

Å **duplicazione del cubo** (problema di Delo)

Å **quadratura del cerchio**

che dovevano essere risolti soltanto con la riga (non graduata) e con il compasso, cioè unendo punti con rette e trovando intersezioni tra rette e circonferenze

I tre problemi classici della matematica greca



Å **Trisezione dellôangolo**

Å Curva **trisettrice**

Å (**Ippia**, opera ad Atene nella seconda metà del V sec. a. C.)

Å Questa curva (*non* tracciabile con riga e compasso) riduce il problema alla trisezione di un segmento (risolubile con riga e compasso)

I tre problemi classici della matematica greca

Å **Duplicazione del cubo**

Å ovviamente il problema è dato da

$$b^3 = 2\, a^3$$

cioè *b* è *a* per la radice cubica di 2.

Å **Ippocrate** dimostrò che la risoluzione di questo problema equivale a studiare lôintersezione tra coniche, due parabole ed una iperbole equilatera (non risolubile con riga e compasso)

I tre problemi classici della matematica greca

Å **Duplicazione del cubo**

Archita fornì una soluzione tridimensionale del problema di Delo intersecando un cono, un cilindro e un toro.

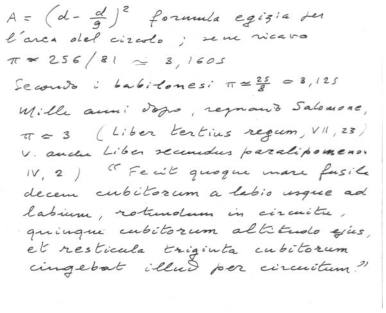
I tre problemi classici della matematica greca

Å Il risultato ottenuto da Archita appare ancor più straordinario se teniamo conto che egli giunse alla sua soluzione per via sintetica, senza l'uso delle coordinate cartesiane.

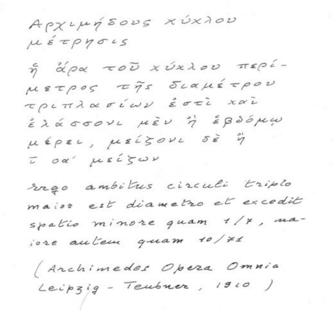
I tre problemi classici della matematica greca

Å Anche il problema della **quadratura del cerchio** si può risolvere tramite la curva trisettrice di Ippia (chiamata anche, per questo, curva **quadratrice**)

I tre problemi classici della matematica greca - ´


$A = (d - \frac{d}{9})^2$ formula egizia per l'area del cerchio ; se ne ricava
$\pi \approx 256/81 \simeq 3,1605$
Secondo i babilonesi $\pi \simeq \frac{25}{8} = 3,125$
Mille anni dopo, regnando Salomone, $\pi = 3$ (Liber tertius regum, VII, 23) v. anche Liber secundus paralipomenon IV, 2) "Fecit quoque mare fusile decem cubitorum a labio usque ad labium, rotundum in circuitu, quinque cubitorum altitudo ejus, et resticula triginta cubitorum cingebat illud per circuitum"

I tre problemi classici della matematica greca - ´


Αρχιμήδους κύκλου μέτρησις
ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ ι οα' μείζων
ergo ambitus circuli triplo maior est diametro et excedit spatio minore quam 1/7, maiore autem quam 10/71
(Archimedes Opera Omnia Leipzig - Teubner, 1910)

Democrito

Å **Democrito di Abdera** (n. c. 460 a. C.)

Å fondatore dellâatomismo

Å può essere considerato il precursore del calcolo infinitesimale:

Å ñ*Due sezioni eseguite su un cono tramite due piani paralleli vicinissimi non possono risultare tra loro uguali, altrimenti il cono si muta in cilindro, né tra loro disuguali, altrimenti il cono presenterebbe rugositàò*

Democrito

- Democrito dimostrò (cosa nota agli egizi quattordici secoli prima) che il volume di una piramide è uguale a 1/3 di quello di un prisma di uguale base e uguale altezza
- probabilmente egli arrivò alla dimostrazione utilizzando un **procedimento di limite** o di **somma di una serie**

Eudosso

- **Eudosso di Cnido** (c. 408 - c. 355 a. C.)
- Processo di *esaustione* (termine introdotto nel XVII sec.)
- Teoria delle proporzioni
- **Postulato di Eudosso:** *date due grandezze omogenee,* A *e* B *con* A < B, *esiste un numero naturale* n *tale che* nA > B

Eudosso

- **Postulato di Eudosso**: introduce le classi di grandezze che oggi chiamiamo *archimedee*
- non tutte le classi di grandezze sono archimedee (angoli curvilinei e rettilinei; **infinitesimi**)

Eudosso

- Proprietà di **esaustione**:
- *Se da una qualsiasi grandezza si sottrae una parte non inferiore alla sua metà, e se tale processo viene continuato, resterà una grandezza inferiore a qualsiasi grandezza assegnata*

Eudosso

- Una applicazione della proprietà di esaustione si ha se si vuole dimostrare che due grandezze A e B (ad es. due segmenti) sono uguali.
- Tale **dimostrazione** si può fare **per assurdo**:

  si nega la tesi e si giunge ad una contraddizione.

Eudosso

- Supponiamo per assurdo che siano diverse, con A>B, e che esista una successione di grandezze omogenee tutte minori di entrambe le grandezze A e B
- Una qualsiasi successione che approssimi A ad un certo punto ha elementi maggiori di B, il che contraddice lõipotesi