Storia della Matematica

7a settimana

Al di là della Manica

Barrow

- **Isaac Barrow** (1630-1677)
- Pastore anglicano, apprese la matematica a Parigi e Firenze (Viviani).
- Professore a Cambridge e insegnante di Newton, nel 1669 gli lasciò la cattedra e si ritirò a esercitare il suo ministero religioso.

Barrow

- Si dedicò allo studio della divinità e alla dimostrazione dell'esistenza di Dio; fu poi rettore del Trinity College, di cui fondò la biblioteca
- Scrisse libri di preghiere e pamphlet di polemica antipapale. Le sue prediche sono un esempio di alta letteratura

Barrow

- Dal 1664 al 1666 pubblica le *Lectiones Mathematicae*, dispense dei suoi corsi, ma l'opera più importante è *Lectiones opticae et geometricae* (1669) in cui approssima aree sottostanti a curve tramite trapezi rettangoli il cui quarto lato è la tangente alla curva. Di quest'ultima opera dice che è stata rivista da Newton, e lo ringrazia

Barrow

- Probabilmente, da quanto dirà poi Newton stesso, questi aveva rivisto solo gli argomenti di ottica. Invece l'intuizione di Barrow è molto feconda, perché in pratica dimostra il teorema che va sotto il nome di Torricelli-Barrow

Gregory

- **James Gregory** (1638-1675), matematico e astronomo scozzese, inventa un telescopio a riflessione, che poi sarà costruito da Hooke

Gregory

- Dal 1664 al 1668 è in Italia e soggiorna gran parte del tempo all'Università di Padova, dove entra in contatto con Stefano degli Angeli dal quale apprende come trattare gli sviluppi in serie delle funzioni.

Gregory

- Prima di lasciare Padova pubblica la *Geometriae pars universalis*, testo che viene considerato il primo tentativo di un testo sul calcolo infinitesimale. In questo libro è avanzata l'idea che la differenziazione sia l'operazione inversa della quadratura. Quindi vengono anticipati sia Barrow che Newton

Gregory

- avendo poi letto le *Lectiones opticae et geometricae* (1669) di Barrow ottiene risultati più avanzati
- Nel 1671 scopre il teorema sullo sviluppo in serie, anticipando Taylor di quasi mezzo secolo (Taylor lo pubblicherà nel 1715)

Gregory

- Scopre lo sviluppo binomiale, anticipando Newton; scopre un teorema di convergenza delle serie che un secolo e mezzo dopo verrà chiamato teorema di Cauchy
- Ha numerose altre intuizioni, come la trascendenza di *e* e di π e l'impossibilità di risolvere le equazioni di quinto grado per radicali. I suoi scritti sono però piuttosto oscuri

Gregory

- Ha il nome di "serie di Gregory" una serie numerica convergente, che è lo sviluppo in serie dell'arcotangente di x calcolata per x=1

  La serie converge piuttosto lentamente

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$$

Gregory

- Gregory pubblicò poco, anche perché le sue prime pubblicazioni furono criticate; pertanto furono attribuite ad altri delle scoperte fatte, o almeno intuite, da lui

Taylor

- **Brook Taylor** (1685 – 1731)
- Figlio di un proprietario terriero, si laureò in legge a Cambridge; si occupò di vari problemi di matematica, di meccanica e di ottica

Taylor

- Non ebbe fortuna nella vita familiare; fu in contrasto con il padre per via del matrimonio; la prima moglie morì di parto insieme al bambino; la seconda morì ugualmente di parto, ma la figlia sopravvisse. Taylor ereditò dal padre la tenuta, ma morì di lì a poco prima di raggiungere i cinquant'anni

Taylor

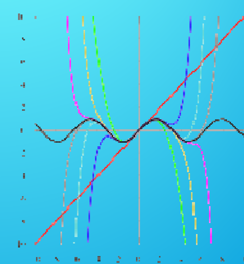
- Scrisse un trattato sulla prospettiva (piuttosto oscuro) e nel 1712 entrò a far parte della Royal Society e del comitato sulla disputa tra Leibniz e Newton

Taylor

- Nel *Methodus incrementorum directa et inversa* (1715) c'è lo sviluppo del calcolo delle differenze finite
- C'è anche l'enunciato del teorema di Taylor (la cui importanza sarà riconosciuta soltanto nel 1772 ad opera di Lagrange)
- Il teorema era già stato scoperto da Gregory e alcune serie particolari erano già note

Taylor

- Approssimazione della funzione *seno* tramite i polinomi di Taylor



Taylor

- Ricordiamo che una serie di funzioni può convergere in un punto e in altri no. Abbiamo visto che la serie geometrica (per gli x reali) converge soltanto per -1<x<1.
- Ricordiamo cosa significa *convergenza* di una serie numerica a_n ad una somma S: fissato un ε esiste un n(ε) tale che la somma dei termini fino ad n(ε) meno S è in modulo minore di ε

Taylor

- Ricordiamo cosa significa *convergenza (puntuale)* ad una funzione $S(x)$ di una serie di funzioni $f_n(x)$: fissato un ε, <u>per ogni punto *x*</u> esiste un $n(\varepsilon,x)$ tale che la somma dei termini fino ad $n(\varepsilon,x)$ meno $S(x)$ è in modulo minore di ε

Taylor

- Ricordiamo cosa significa *convergenza uniforme* ad una funzione *S(x)* di una serie di funzioni $f_n(x)$: fissato un ε esiste un n(ε) tale che qualunque sia il punto x la somma dei termini fino ad n(ε) meno *S(x)* è in modulo minore di ε.

Taylor

- Ricordiamo anche che una serie di funzioni uniformemente convergente si può integrare per serie (cioè la somma della serie degli integrali coincide con l'integrale della somma della serie); con la condizione della convergenza uniforme della serie delle derivate si può anche derivare per serie (cioè la somma della serie delle derivate coincide con la derivata della somma della serie)

Taylor

- Il teorema di Taylor afferma che, sotto certe condizioni di regolarità (esistenza delle derivate nel punto x_0), la serie di Taylor, cioè la serie di potenze in x-x_0 con i coefficienti

$$f^{(n)}(x_0)/n!$$

converge alla funzione *f(x)* in un intervallo di centro x_0, converge uniformemente in ogni intervallo strettamente contenuto ed è l'unica serie di potenze che converge uniformemente alla f in questo intervallo

Maclaurin

- **Colin Maclaurin** (1698-1746)
- scozzese, figlio di un pastore protestante; orfano molto presto di entrambi i genitori, fu affidato ad uno zio, anch'egli pastore, e poi divenne pastore egli stesso

Maclaurin

- Entrò all'università a 11 anni e si laureò a 14 con una tesi sulla gravitazione universale; a 19 anni fu nominato professore ad un college universitario; quindi con l'appoggio di Newton nel 1725 diventò professore a Edimburgo e qui restò sempre

Maclaurin

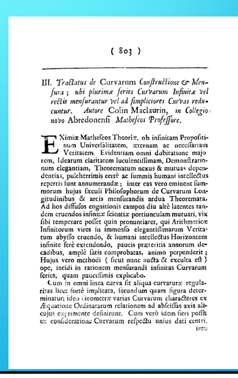
- In un articolo "*De constructione curvarum*" uscito nel volume 1717-1719 delle *Philosophical Transactions* vi sono interessanti scoperte di geometria sul numero di intersezioni di curve

The Royal Society of London

PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS

Maclaurin

- Infatti parla di una riduzione di curve a curve più semplici
- Maclaurin dette una prima dimostrazione della regola di Cramer nel caso di tre equazioni in tre incognite (il caso generale è apparso nel 1750)



(803)

III. *Tractatus de* Curvarum *Constructione & Mensura; ubi plurimæ series Curvarum Infinitæ vel rectis mensurantur vel ad simpliciores Curvas reducuntur. Autore* Colin Maclaurin, *in Collegio novo* Abredonensi *Matheseos Professore.*

EXimiæ Matheseos Theoriæ, ob infinitam Propositionum Universalitatem, æternam ac necessariam Veritatem, Evidentiam omni dubitatione majorem, Idearum claritatem luculentissimam, Demonstrationum elegantiam, Theorematum nexus & mutuas dependentias, pulcherrimis certè ac summis humani intellectus repertis sunt annumerandæ; inter eas vero eminent summorum hujus sæculi Philosophorum de Curvarum Longitudinibus & areis mensurandis ardua Theoremata. Ad hos diffusos cognitionis campos diu altè latentes tandem cruendos infinitæ scientiæ portiunculam mutuari, vix sibi temperare posset quin pronuntiaret, qui Arithmeticæ Infinitorum vires in immenso elegantissimarum Veritatum abysso cruendo, & humani intellectus Horizontem infinite ferè extendendo, paucis præteritis annorum decadibus, amplè satis comprobatas, animo perpenderit; Hujus vero methodi (sicut nunc aucta & exculta est) ope, incidi in rationem mensurandi infinitas Curvarum series, quam paucissimis explicabo.

Cum in omni linea curva sit aliqua curvaturæ regularitas licet fortè implicata, secundum quam figura determinatur; ideo Geometræ varias Curvarum characteres ex Æquatione Ordinatarum relationem ad abscissas axis alicujus exprimente definiunt. Cum verò idem fieri possit ex consideratione Curvarum respectu unius dati centri,

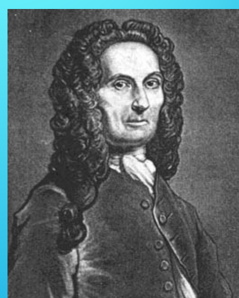
into

Maclaurin

- La "formula di Maclaurin" compare nell'opera *Theory of fluxions* (Teoria delle derivate) edita nel 1742, ma era un caso particolare della formula di Taylor (1715), peraltro già scoperta da Gregory quasi mezzo secolo prima

De Moivre

- **Abraham De Moivre** (1667-1754)
- Francese di nascita, ugonotto, si rifugiò in Inghilterra quando l'editto di Nantes che garantiva la libertà religiosa fu abolito



De Moivre

- I vari editti di tolleranza susseguitisi erano stati progressivamente svuotati. Con l'Editto di Fontainebleau (1685), il Re Sole Luigi XIV aveva dato nuovamente inizio ad una serie di limitazioni della libertà religiosa in Francia

De Moivre

- Fu amico di Newton e Halley, che però non riuscirono a fargli avere un posto all'università (forse perché straniero), e neppure Leibniz riuscì a fargliene avere uno in Germania. Si mantenne dando lezioni private di matematica

De Moivre

- Si dedicò molto alla probabilità, pubblicando dapprima una memoria sui *Transactions* e poi un trattato, *Doctrine of chances*, in cui presentava oltre cinquanta problemi sulla probabilità; espresse il principio delle probabilità composte di eventi indipendenti (che però era già noto)

De Moivre

- Derivò alcune proprietà delle permutazioni dalla probabilità (oggi si fa il viceversa); ad esempio le permutazioni di due lettere prese tra sei (a, b, c, d, e, f) sono 30, in quanto la probabilità che una di esse compaia come prima lettera è 1/6 e la probabilità che un'altra compaia come seconda è 1/5

De Moivre

- quindi la probabilità che vengano estratte due lettere in quell'ordine è 1/30
- pertanto il numero di permutazioni di sei elementi a due a due è 30

De Moivre

De Moivre trova il teorema delle potenze di un numero complesso:

$$(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)^n = \cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta$$

anche se non scrive esplicitamente questa formula; infatti nel 1707 in un articolo su *Philosophical Transactions* scrive

$$\tfrac{1}{2}(\sin n\theta + \sqrt{-1}\cos n\theta)^{1/n} + \tfrac{1}{2}(\sin n\theta - \sqrt{-1}\cos n\theta)^{1/n} = \sin\theta$$

De Moivre

- Nella sua opera *Miscellanea analytica* (1730) scrive una formula equivalente alla seguente

$$(\cos\theta \pm i \operatorname{sen}\theta)^{1/n} = \cos[(2K\pi \pm\theta)/n] \pm i \operatorname{sen}[(2K\pi \pm\theta)/n]$$

De Moivre

Nove anni dopo, sulle *Transactions* (1739), trova le radici n-sime di un numero complesso con il procedimento attuale, prendendo la radice n-sima del modulo, dividendo l'argomento per n e aggiungendo multipli di $2\pi/n$.

De Moivre

- Sembra sia stato il primo ad usare la gaussiana in alcuni studi di matematica attuariale e a calcolarne l'integrale tra 0 e $+\infty$ (che risulta $\pi^{1/2}/2$). Il risultato era apparso dapprima in un opuscolo in latino pubblicato privatamente; De Moivre traduce in inglese l'opuscolo e lo inserisce nella seconda edizione di *Doctrine of chances* (1738)

Domande d'esame (fac-simile)

Questionario

- Quale tra questi problemi non si può risolvere con riga e compasso?
  - tracciare la perpendicolare ad una retta
  - effettuare la trisezione di un angolo
  - trovare il punto medio di un segmento
- Qual è l'ordine cronologico di nascita di questi matematici?
  - Pitagora, Archimede, Euclide
  - Euclide, Pitagora, Archimede
  - Pitagora, Euclide, Archimede

Questionario

- Qual è l'ordine cronologico della morte dei seguenti personaggi?
  - Galileo Cavalieri Newton
  - Cavalieri Galileo Newton
  - Newton Galileo Cavalieri

Questionario

Mettere in ordine cronologico i seguenti avvenimenti

- a) morte di Pietro d'Abano
- b) fondazione dell'università di Padova
- c) uscita del *Liber abaci*
- d) data di morte di Averroè

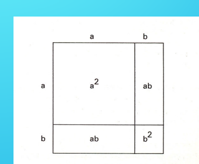
Questionario

Cosa succede nel 1545 ?

- Nasce Galileo
- Nasce Cardano
- Nasce Cartesio
- Esce la *Ars magna*
- Inizia la guerra dei Trent'anni

Questionario

- Quale fatto è illustrato dalla figura?
- il teorema di Pitagora
- quadrato di un binomio
- la proprietà distributiva del prodotto



Questionario

Chi è?

☐ Fermat
☐ Viète
☐ Cartesio
☐ Galileo
☐ Il Cardinale Richelieu

Questionario

Di che nazionalità è?

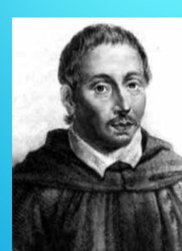
1646-1716

☐ italiano
☐ tedesco
☐ francese
☐ inglese

Questionario

- Qual è l'ordine cronologico di nascita per questi personaggi?
  ☐ Fibonacci, Galileo, Cartesio
  ☐ Fibonacci, Cartesio, Galileo
  ☐ Galileo, Cartesio, Fibonacci

Questionario



Bonaventura Cavalieri

- Quali sono le date giuste di nascita e morte?
- 1596-1650
- 1598-1647
- 1608-1647
- 1564-1642
- 1580-1626

Questionario

- Quale di queste affermazioni è falsa
  - la quadratura del cerchio non è risolubile con riga e compasso
  - la duplicazione del cubo non è risolubile con riga e compasso
  - l'equazione $x^3+y^3 = z^3$ ha soluzioni intere
- Con quale di queste curve non si effettua la trisezione di un angolo
  - concoide
  - epicicloide di rapporto 1/3
  - trisettrice

Questionario

- Mettere in corrispondenza i seguenti dati

1) 1202 a) Uscita della *Summa* di Pacioli
2) 1494 b) Uscita de *Larte de labbaco*
3) 1478 c) Padova si dà a Venezia
4) 1499 d) Uscita a stampa della *Summa*
5) 1405 e) Uscita del *Liber abaci*

Domande aperte

- La nascita della geometria analitica: da Cartesio e Fermat
- Il problema della comunicazione della scienza e della paternità delle nuove idee.
- La nascita del concetto di integrale
- Curve particolari: cicloide, spirale, … chi le ha studiate e dove le incontriamo.
- Galileo e le sue scoperte

Domande aperte

- Pensando alla caduta dei gravi, Galileo incontra un infinitesimo del secondo ordine… Spiegare anche con un esempio
- Le guerre di religione in Francia e la loro influenza sui matematici. Argomenta…
- Le epidemie di peste in tempi diversi hanno influito sulla vita di alcuni matematici e sulle loro scoperte. Quali?

Domande aperte

- La polemica tra Leibniz e Newton
- Nel Cinquecento in Italia e in Francia ci sono state varie scoperte matematiche; illustrane tre a scelta
- La logica in Aristotele
- Vita e opere di Cartesio
- Euclide e gli *Elementi*

Domande aperte

- I tre problemi classici della matematica greca
- La matematica a Padova nel medioevo
- Cavalieri e gli indivisibili
- Fermat e le sue opere

Domande aperte per matematici

- Le equazioni di terzo grado: soluzioni generali e particolari da Kayyam a Tartaglia e Cardano
- Fourier e Monge
- La successione di Fibonacci e la sezione aurea

Nell’Europa continentale

La probabilità

- Gli inizi della teoria della probabilità possono farsi risalire a Fermat e a un grande genio matematico che si dedicò invece al misticismo: Pascal

Pascal

- **Blaise Pascal** (1623-1669) si dedicò alla matematica fin dalla primissima giovinezza leggendo gli *Elementi* di Euclide datigli dal padre; scrisse il suo primo lavoro di geometria a 16 anni

Pascal

- Riscoprì indipendentemente dagli studiosi precedenti l'algoritmo per calcolare i coefficienti della potenza di un binomio, (ora noto come "triangolo di Tartaglia"); in idrostatica formulò il cosiddetto principio di Pascal, ovvero il principio secondo il quale la pressione esercitata in un punto qualunque di un liquido incomprimibile si trasmette inalterata in tutti gli altri punti di tale liquido (inventò la siringa)

Pascal

- Fece chiarezza sul concetto di "pressione" per cui l'unità di pressione è chiamata *pascal*; intuì che la pressione atmosferica diminuisce con l'altitudine e fece fare (e poi ripeté lui stesso) degli esperimenti a prova di questo asserto

Pascal

- Fu, insieme a Fermat, il creatore della teoria della probabilità, per quanto numerosi teoremi sull'argomento fossero stati già enunciati un secolo prima da Cardano (ma verranno pubblicati solo nel 1663) e da Huygens; il problema della ripartizione della posta in gioco quando il gioco si interrompe era già stato posto da Luca Pacioli.

Pascal

- Fermat aveva posto il problema:
- *Se si lanciano più volte due dadi, quanti lanci sono necessari affinché si possa scommettere con vantaggio che esca il doppio sei?*
- "Scommettere con vantaggio" significava, nei termini odierni, "scommettere con probabilità di vincere più alta che non di perdere"

Pascal

- Chiaramente il doppio 6 ha 1/36 di probabilità di presentarsi essendo 1/6 la probabilità di ciascuna faccia ed essendo l'uscita delle varie facce nei due dadi eventi tra loro indipendenti. Il non presentarsi ha dunque la probabilità 35/36, e dopo *n* lanci (eventi chiaramente indipendenti) la probabilità che *non* esca il doppio 6 è $(35/36)^n$

Pascal

- Al tendere di n all'infinito tale probabilità tende a 0. Quando questa probabilità diventa <1/2 (ciò si ha per n = 24), allora diventa conveniente scommettere sull'uscita del doppio 6.

Pascal

- Pascal ricevette anche una visita di Cartesio con il quale però i rapporti rimasero freddi (Cartesio non voleva credere che Pascal avesse scritto di geometria così giovane)

Pascal

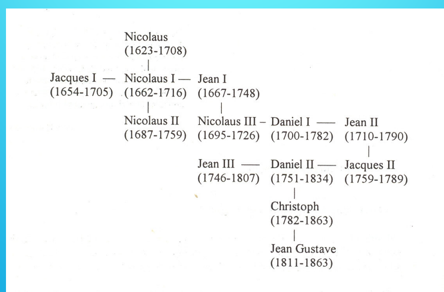
- Nel frattempo Pascal, attraverso una sorella, entrò in contatto con un vescovo olandese, Cornelio Jansen, che conduceva un'aspra battaglia contro i gesuiti. Dopo vari alti e bassi, di grande misticismo e di vita mondana, Pascal entra nel monastero di Port-Royal, dove diventa un forte sostenitore del giansenismo, una teoria di forte e rigorosa spiritualità

Pascal

- Continua sporadicamente ad occuparsi di matematica; muore tra le convulsioni, probabilmente per una lesione al cervello

La famiglia Bernoulli

La dinastia dei Bernoulli



I Bernoulli

- La famiglia Bernoulli era una famiglia di mercanti che si era trasferita a Basilea, città libera, dopo che Anversa era stata conquistata dagli spagnoli. Basilea era una città ricca, basata sul commercio. Nicola Bernoulli, capostipite della famiglia, era un commerciante di spezie

Giacomo Bernoulli

Giacomo Bernoulli (1654–1705), nato e morto a Basilea, iniziò gli studi di teologia, ma, dopo un incontro con Boyle durante un viaggio in Inghilterra, decise di dedicarsi alla matematica

Giacomo Bernoulli

- Nella *Ars conjectandi* (postumo, 1713) Giacomo Bernoulli fornisce un trattato sulla probabilità, ripubblicando un'opera intera di Huygens.
- Inoltre è stato ritrovato un vasto carteggio tra Giacomo Bernoulli e Leibniz, nel quale sono trattate questioni di probabilità

Giacomo Bernoulli

- Formula per primo la **legge dei grandi numeri**, detta pure **legge empirica del caso** oppure **teorema di Bernoulli** che riguarda il comportamento della media di una sequenza di n variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite (n misure della stessa grandezza, n lanci della stessa moneta ecc.) al tendere all'infinito di n

Giacomo Bernoulli

- Un caso particolare della legge dei grandi numeri si ha quando si afferma che la proporzione di successi in n realizzazioni indipendenti di un evento E converge, per n che tende all'infinito, alla probabilità di E.

Giacomo Bernoulli

- La legge dei grandi numeri garantisce che la media campionaria fornisca una stima valida della media di una popolazione; vale a dire che grazie alla legge dei grandi numeri *possiamo fidarci* che la media che calcoliamo a partire da un *numero sufficiente* di campioni sia *sufficientemente vicina* alla media vera.

Giacomo Bernoulli

- Un'altra attività di Giacomo Bernoulli fu nello studio della catenaria e delle funi sopportanti un carico: ancora adesso i suoi calcoli sono quelli usuali per i ponti sospesi o per le linee di trasporto delle alte tensioni

Giacomo Bernoulli

Giacomo Bernoulli si occupò di serie e di successioni convergenti, applicando il teorema del confronto per le serie a termini dello stesso segno.

Fu il primo a notare la "disuguaglianza di Bernoulli", cioè

$$(1+x)^n > 1 + nx$$

con x reale > -1, diverso da 0, ed *n* >1.

Giacomo Bernoulli

- Si occupò anche della *spirale logaritmica* (che egli chiamò *spira mirabilis*), che volle incisa sulla propria tomba con il motto *eadem mutata resurgo* (pur con mutamenti rinasco sempre uguale)

Giacomo Bernoulli

- Negli *Acta eruditorum* del 1691 propone di scrivere le equazioni di certe curve usando come coordinate il *raggio vettore* e l'*anomalia*, introducendo così le **coordinate polari** (già usate, ma solo occasionalmente, da Newton e comunque pubblicate dopo)

Giacomo Bernoulli

Viene detta "equazione di Bernoulli" un'equazione differenziale del primo ordine, non lineare, del tipo

$$y' = f(x)y + g(x)y^n$$

che Giacomo Bernoulli risolse con una sostituzione riportandola ad una equazione lineare