

STORIA DELLA MATEMATICA

Prof. Carlo Minnaja

Lezioni per studenti del Corso di
Laurea in Matematica
11-12a settimana

Un gruppo di giovani

Bourbaki

- Dicembre 1934: Henry Cartan e André Weil, titolari di corsi di calcolo differenziale e integrale all'università di Strasburgo, hanno l'idea che si debba scrivere un testo di analisi che sia soddisfacente (si usava il testo del Goursat uscito nel 1902), e che possano essere coinvolti nel progetto altri colleghi giovani

Bourbaki

- Il secondo e il quarto lunedì di ogni mese si teneva a Parigi il "séminaire Julia" alle 16.30 all'istituto Henry Poincaré; il nome proviene dal matematico **Gaston Julia**, ferito di guerra



Bourbaki

- 10 dicembre 1934: alcuni colleghi convenuti a Parigi per il seminario si riuniscono all'ora di pranzo, nel seminterrato del Caffè Capoulade, al 63 di Boulevard St. Michel (attualmente non più esistente, sostituito da un fast-food)

Bourbaki

Essi sono:

- Henry Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, André Weil. Sono tutti professori in università di provincia (Strasburgo, Rennes, Nancy, Clermont-Ferrand) e si accordano per scrivere un trattato di calcolo integrale e differenziale

Bourbaki

- I cinque detti erano stati, negli anni Venti, allievi della *École Normale Supérieure*, fondata nel 1794 dal Direttorio della Rivoluzione per la preparazione degli insegnanti di scuola media

(La **Scuola Normale Superiore** di Pisa fu fondata da Napoleone nel 1810 sul modello della *École Normale*)

Bourbaki

- Lo scopo, come dichiarerà André Weil, era di “fissare per almeno 25 anni il calcolo differenziale e integrale, con un testo il più moderno possibile”
- L’idea è di scrivere collettivamente un manuale di 1000-1200 pagine, lavorando per sottocommissioni e vedendosi ogni due settimane sempre nello stesso posto

Bourbaki

- Al gruppo si aggiungono alcuni, altri ne escono, la composizione varia; il limite è di nove membri, non sempre rispettato, ma i collaboratori non saranno mai più di una dozzina
- 10-17 luglio 1935: “plenaria di fondazione”, tenutasi a Besse-en-Chandesse, un villaggio vicino a Clermont-Ferrand

Bourbaki

- Ai cinque iniziatori si aggiungono in quella occasione Jean Coulomb, Charles Ehresmann, Szolem Mandelbrojt, René de Possel
- Solo Mandelbrojt non era stato alla *École Normale*, era un polacco di origine lituana che era venuto a Parigi per il dottorato
- Viene adottato il nome di **Bourbaki** (senza nome di battesimo)

Bourbaki

- L’idea iniziale, dapprima ristretta a un testo per preparare all’abilitazione, si allarga ad un testo che comprenda una famiglia molto più vasta di argomenti e possa essere utile a insegnanti di matematica, fisici, tecnici
- iniziò il cosiddetto “pacchetto astratto” di nozioni generali di topologia, algebra, teoria degli insiemi, che divenne sempre più preponderante rispetto agli altri temi

Bourbaki

- Il lavoro viene valutato attorno alle 3200 pagine
- viene mantenuto il segreto di appartenenza oppure no al gruppo
- le redazioni dei singoli capitoli vengono affidate a uno o due estensori, la loro versione viene esposta e criticata in un congresso, nulla viene pubblicato se non è approvato all’unanimità

Bourbaki

- Il nome “**Bourbaki**” sembra dovuto ad uno scherzo di Raoul Husson, studente della École Normale del 3° anno nel 1923, il quale aveva concluso una sua esposizione con un “teorema di Bourbaki” (personaggio inesistente). Nel novembre 1935 sotto il nome di Nicolas Bourbaki viene presentata una nota ai *Comptes Rendues* dell’Accademia delle Scienze.

Bourbaki

- La nota viene presentata da Élie Cartan (padre di Henry Cartan e consapevole dell’esistenza del gruppo) che si presta allo scherzo e viene pubblicata, con una falsa biografia di un matematico russo che ha perso il suo posto a seguito degli sconvolgimenti politici avvenuti in quei paesi.

Bourbaki

- Dapprima era stata pensata solo l’iniziale “N.” forse perché tale lettera era usualmente messa vicino all’annuncio di un corso quando ancora non si conosceva il nome del titolare
- Successivamente forse il nome “Nicolas” poteva rendere più credibile la provenienza russa; tuttavia per molto tempo sarà usata solo l’iniziale “N.”

Bourbaki

- Un personaggio di nome “Bourbaki” peraltro era esistito. Charles Bourbaki (1816-1897) era stato un generale francese di origine greca, comandante in varie guerre (Crimea, campagna d’Italia del 1859, Algeria); nella guerra franco-prussiana (1870-71) subì una disfatta e dovette riparare in Svizzera dove le sue truppe furono disarmate (egli tentò il suicidio)

Bourbaki



Charles Bourbaki

Bourbaki

- I motivi per cui fu scelto quel nome non furono mai chiari e si perdono nella leggenda, spesso creata ad arte
- varie ipotesi si sono succedute, anche a seguito di testimonianze, spesso discordanti, dei primi partecipanti al gruppo

Bourbaki

- Inaspettatamente, nel 1948 si fece vivo l'addetto commerciale greco a Parigi, che si chiamava Nicolaïdes Bourbaki; furono instaurate delle relazioni con lui, e fu per anni invitato alle cene conclusive dei congressi dei bourbakisti, che si svolgevano tre volte l'anno

Bourbaki



- Alcuni dei partecipanti al gruppo "Bourbaki" in tempi diversi

Bourbaki

- Perché nacque il "gruppo Bourbaki"?
- La matematica francese era in crisi per i decessi dovuti alla guerra: un terzo dei normalisti era caduto al fronte ed erano rimasti soltanto professori anziani, che non erano aggiornati (la Germania aveva più saggiamente protetto in parte la propria giovane élite scientifica)

Bourbaki

- Il solo Jacques Hadamard (1865-1963) era relativamente giovane
- I giovani francesi intraprendenti fecero soggiorni all'esterno (Germania, Italia, Stati Uniti)

Bourbaki

- Il testo di Goursat ("teoria delle funzioni di papà") non aveva gli ultimi sviluppi della teoria dell'integrazione (Lebesgue)
- *Moderne algebra* (1930-31) di Van der Waerden (allievo di Emmy Noether e di Emil Artin)

Bourbaki

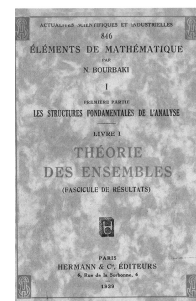
- Al congresso di fondazione fu deciso di adottare una **presentazione assiomatica**
- Questa parte generale divenne sempre più vasta ed impegnativa con l'andare avanti del progetto

Bourbaki

- La prima ipotesi era stata che in un anno il trattato dovesse essere completato, ma il sistema di lavoro rallentò enormemente lo sviluppo dell'opera
- per uscire rapidamente fu deciso di uscire con dei risultati, senza l'intero carico di dimostrazioni

Bourbaki

- Il primo volume esce nel 1939, con grande ritardo rispetto alle previsioni iniziali del progetto: è un volume di risultati ed affronta un argomento di base



Bourbaki

- Attualmente sono usciti 12 “libri” (l'ultimo nel 1998, il penultimo nel 1983) ciascuno dei quali può essere composto da più volumi:
- *Teoria degli insiemi - Algebra - Topologia generale - Funzioni di una variabile reale - Spazi vettoriali topologici - Integrazione - Algebra commutativa - Varietà differenziabili e analitiche - Gruppi e algebre di Lie - Teorie spettrali*

Bourbaki

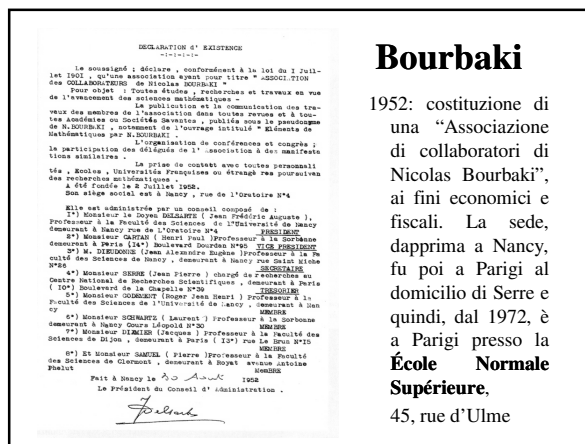
- Il primo testo appare nel 1939 presso la casa editrice **Hermann** (Gauthier-Villars, quasi monopolista dei testi di matematica era dominata dai vecchi, come Borel e Picard)
- la casa editrice Hermann era diretta da **Enrique Freymann**, amico di Weil
- Hermann fu un pilastro delle edizioni di Bourbaki (una trentina di volumi) fino agli ultimi anni '70

Bourbaki

- Freymann muore nel 1954, durante la correzione delle bozze del libro di Teoria degli insiemi, che gli viene dedicato
- Dal 1980 l'editore sarà **Masson**, che ristampa anche i libri apparsi precedentemente, spesso con non piccole modifiche

Bourbaki

1952: costituzione di una “Associazione di collaboratori di Nicolas Bourbaki”, ai fini economici e fiscali. La sede, dapprima a Nancy, fu poi a Parigi al domicilio di Serre e quindi, dal 1972, è a Parigi presso la **École Normale Supérieure**, 45, rue d'Ulm



Bourbaki

- Il testo è per studenti con una buona cultura del biennio, nonostante sia scritto all'inizio che non è richiesta alcuna conoscenza preliminare
- È da notare il termine "Mathématique" al singolare, per evidenziare l'unitarietà della materia (mentre gli "Elementi di storia", pubblicati successivamente, porteranno "mathématiques")

Bourbaki

- Cosa ha di originale il testo di Bourbaki?
- È assiomatico, va dal generale al particolare
- Nulla è usato se non è stato definito nelle pagine o nei volumi precedenti

Bourbaki

- Alcuni simboli e notazioni sono originali:
- il carattere "blackboard" per gli **insiemi numerici**
- il simbolo $\mathbf{CA}$ per il **complementare** di A
- il simbolo $\emptyset$ per l'**insieme vuoto** (proposto nel 1937 da Weil che conosceva l'alfabeto norvegese)
- il simbolo $\mathbf{E}$ (da: *ensemble*) per **insieme**
- il simbolo $\wp(E)$ per **insieme delle parti** di E
- il simbolo della **Z arrotondata** (curva pericolosa) per "argomento delicato"

Bourbaki

- Sono originali alcuni termini:
iniezione, suriezione, biiezione, filtro, palla
- Il successo fu grande e quasi unanime; qualche recensore criticò la troppa astrattezza e non facilità degli esercizi, qualcuno vide un'opera troppo monolitica

Bourbaki

- La novità fu apprezzata soprattutto dai giovani
- **Successo editoriale:** nei momenti di maggior fulgore (anni Sessanta) i diritti d'autore furono tra i 300.000 e i 400.000 franchi l'anno

Bourbaki

- La redazione del trattato avveniva con discussione plenaria durante le riunioni, veniva letto il testo, venivano fatte le critiche e veniva quindi dato il compito di una nuova redazione, che veniva nuovamente discussa.
- Ciò portò una grande dilatazione dei tempi di redazione

Bourbaki

- Si spegnerà poi un certo spirito goliardico iniziale: André Weil emigra negli Stati Uniti e propone che i membri del gruppo ne escano quando hanno raggiunto i 50 anni
- Questa clausola viene approvata e seguita anche successivamente: il gruppo avrà sempre persone al di sotto di quell'età

Bourbaki

- La **teoria degli insiemi** è il primo libro che esce.
- Viene presentata una teoria assiomatica degli insiemi basata su un sistema di assiomi leggermente diverso da quella di Zermelo-Fraenkel. Qui Bourbaki si trova a trattare fondamenti logici ancora in fase di ricerca

Bourbaki

- Il libro di **Algebra** esce nel 1942. Le strutture algebriche erano già note da circa un secolo ed esulano totalmente da quello che classicamente si etichetta come "analisi". Esse erano comunque quasi assenti dai programmi dei corsi di matematica (in Italia l'istituzione dell'algebra come argomento di un corso per studenti di matematica arriva agli inizi degli anni Sessanta)

Bourbaki

- L'**algebrizzazione** nelle definizioni è una novità: sono presentati nello stesso modo l'insieme su cui agisce una operazione e l'operazione stessa:
- il **gruppo abeliano** è una coppia di elementi $(G, +)$, dei quali il secondo è una operazione binaria interna sul primo che gode di certe proprietà (associatività, commutatività)

Bourbaki

- Un **corpo** è definito come una terna di elementi $(K, +, \cdot)$ dei quali il secondo e il terzo sono operazioni binarie interne su K che godono di certe proprietà
- Uno **spazio vettoriale** su un corpo è definito come una quaterna $(K, V, +, \cdot)$ ove $+$ è un'operazione binaria interna su V , e $\cdot$ è un'operazione esterna su V a coefficienti in K , che godono di certe proprietà

Bourbaki

- Non vi è differenza di importanza o di collocazione tra i vari elementi della terna o della quaterna: si perde lo sfondo intuitivo con il quale erano sempre stati presentati i numeri e i vettori

Bourbaki

- Da allora molti libri di testo acquisiscono il sistema di Bourbaki: forte algebrizzazione, forte deduttività, notazioni specifiche che restano tuttora
- Dopo il trattato di L'Hôpital (1696) e quello di Cauchy (1821), l'opera di Bourbaki risulta del pari fondamentale per le generazioni successive

Bourbaki

- Il gruppo non si scioglie, ma nulla esce negli ultimi dieci anni: la carica innovativa appare perduta
- forse si sono perse le aspirazioni enciclopediche, forse l'Europa non è più il centro della matematica, probabilmente il francese non è più una lingua conosciuta così largamente