

STORIA DELLA MATEMATICA
Prof. Carlo Minnaja

**Lezioni per studenti del Corso di
 Laurea in Matematica**
7a settimana

Gli insegnanti di Fourier: Lagrange

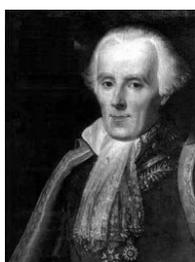


Luigi Lagrange (1736-1813)



Monumento a Lagrange
a Torino, in via Lagrange

Gli insegnanti di Fourier: Laplace



Pierre Simon Laplace
(1749-1827)



Medaglia di Laplace incisa da Cauchy

**Gli insegnanti di Fourier:
Monge e Berthollet**

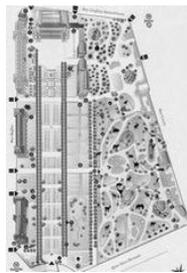


Gaspard Monge
(1746-1818)



Claude Louis Berthollet
(1748-1822)

Fourier – orti botanici



Jardin des Plantes
Parigi



Orto botanico
Padova

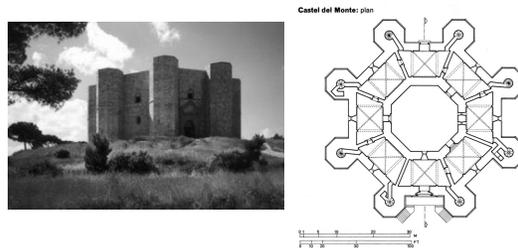
Gli insegnanti di Fourier: Monge

- **Gaspard Monge** (1746-1818) figlio di un arrotino, alunno bravissimo (*puer aureus*) in un collegio di preti; al termine degli studi gli viene offerto un posto a condizione che prenda almeno i primi voti. Entra invece in un collegio per allievi ufficiali, ma non viene nominato ufficiale, perché di umili natali

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge è contento di disegnare fortificazioni. Il problema di allora era costruire mura che rendessero minimo il danno delle cannonate. La trasformazione da torri quadrate a torri poligonali e poi tonde si ha con il progressivo uso della polvere da sparo

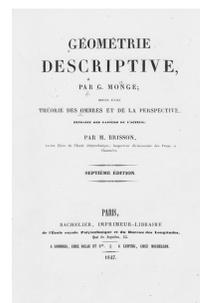
Gli insegnanti di Fourier: Monge



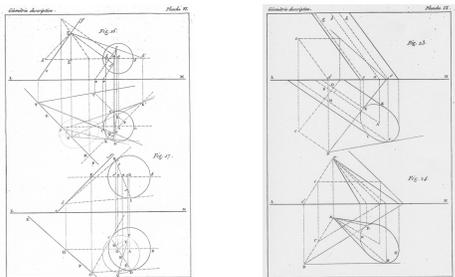
Gli insegnanti di Fourier: Monge

- Una volta Monge risolse il problema molto rapidamente, senza calcoli, ma con soli disegni geometrici; l'ufficiale che doveva controllare i calcoli non ci credeva. Nasceva la **geometria descrittiva**

Gli insegnanti di Fourier: Monge



Gli insegnanti di Fourier: Monge



Monge: tavole di geometria descrittiva

Gli insegnanti di Fourier: Monge

A Monge fu subito proposto un posto di insegnante nel collegio militare, e il suo insegnamento era coperto da segreto: solo nel 1794 gli fu permesso di insegnare tale materia all'École Normale. Tre anni dopo fu professore anche di fisica, e poi direttore dell'Istituto di idraulica

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge fu per anni presidente della commissione degli esami di ammissione all'Accademia militare, dove bocciava chi non era all'altezza, anche se figlio di aristocratici; si rifiutava di fare e ricevere favori

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Allo scoppio della Rivoluzione Monge è dalla parte dei rivoluzionari, viene nominato ministro della Marina e delle Colonie; però non avendo parametri diversi dal merito viene sospettato di essere reazionario e si dimette

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge e Berthollet si adoperano nella difesa della patria: ci sono da armare 900.000 uomini, bisogna estrarre il salnitro dalla terra, bisogna fondere i metalli degli orologi e delle campane per fare cannoni. Monge viene denunciato come contro-rivoluzionario e lascia segretamente Parigi

Fourier

- Fourier fu un buon amministratore e diede inizio ad opere pubbliche di notevole impegno, tra cui una strada da Grenoble a Pinerolo che traversava le Alpi, e al suo completamento disse che era l'opera che gli aveva dato maggior soddisfazione.

Fourier

- Un'altra opera fu la bonifica delle paludi attorno a Bourgoin, in cui dovette mettere d'accordo i trentasette comuni coinvolti.
- Nel 1810 appare *La descrizione dell'Egitto*, un ampio studio sulla regione che fu rivisto da Napoleone, il quale vi aggiunse delle annotazioni di suo pugno e, per premio, conferì a Fourier il titolo di barone e una pensione annua

Fourier

- Fourier si dedica in questo periodo (1802-04) al **problema degli n corpi**, che però abbandona per le troppe difficoltà incontrate. Del 1807 è il suo lavoro fondamentale sulla diffusione del calore, presentato all'Istituto di Francia

Fourier



- 1807:
Fourier presenta il suo lavoro sulla propagazione del calore nei solidi

Fourier

- Fourier studia il problema del calore lungo una sbarra sottile riscaldata ad un'estremità e anche all'interno del corpo solido, una volta che sia nota la distribuzione superficiale della temperatura.
- I giudici erano Monge, Laplace, Lagrange e Lacroix

Fourier

- Fourier propone come espressione della soluzione dell'equazione una serie trigonometrica
- Lagrange fu estremamente critico perché non accettava l'intera impostazione, cioè il considerare qualsiasi funzione come una somma di una serie trigonometrica: all'epoca non si consideravano funzioni che non avessero un'espressione analitica

Fourier



- Altre pagine del lavoro di Fourier, dove usa il simbolo delle derivate parziali

Fourier

- In accordo con il Principio 0 della Termodinamica, il calore fluisce da regioni più calde a regioni più fredde.
- Ciò viene sintetizzato dalla legge di Fourier, che sta alla base dello studio della trasmissione di calore per conduzione.

Fourier

- Tale postulato, che permette di linearizzare il fenomeno della conduzione, afferma che il flusso termico specifico è proporzionale al gradiente termico, ossia alla variazione di temperatura per unità di lunghezza:

$$q = -\lambda \times \text{grad}(T)$$

Fourier

Fourier propone *l'equazione del calore* e che una sua soluzione sia del tipo

$$\theta(x,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-n^2 2\pi^2 t} \sin(n\pi x)$$

Lagrange si oppose alla pubblicazione del lavoro scientifico e vi si opporrà sempre anche se Fourier invierà successivamente note e chiarimenti

Fourier



- Altre pagine del lavoro di Fourier, con correzioni e aggiunte

Fourier

- Nel 1811 ci fu il gran premio per la matematica dell'Istituto di Francia con il tema seguente: "Teoria matematica della propagazione del calore e verifiche sperimentali"; era evidentemente scelto in funzione dei lavori di Fourier, e non senza contrasti.

Fourier

- Il premio fu assegnato a lui, ma la relazione finale riportava qualche perplessità non sulla soluzione in sé, ma sul dubbio rigore con cui era stata raggiunta.
- Il lavoro non fu mai pubblicato, nonostante Lagrange fosse morto nel 1813 e nonostante Fourier chiedesse sempre al segretario Delambre notizie. Peraltro le *Memorie dell'Istituto* non uscirono dal 1811 al 1827

Fourier

- Ancora una volta la vita politica sconvolge l'attività scientifica di Fourier: l'impresa di Russia è l'inizio della fine dell'impero francese. La battaglia di Lipsia del 1814 pone fine all'avventura napoleonica e chi è stato favorevole a Napoleone viene epurato

Fourier

- Fourier tuttavia rimane prefetto dell'Isère; l'avventura dei "cento giorni" crea qualche imbarazzo a Fourier che dovrebbe contrastare la marcia su Parigi di Napoleone che passa per Grenoble; Fourier organizza una resistenza e fugge; poi ha un umiliante incontro con Napoleone, che tuttavia lo nomina prefetto del Rodano

Fourier

- Fourier si adoperò per reclutare una nuova armata imperiale, ma si dimette dopo due mesi per disaccordo con il Ministro dell'interno, che era Lazzaro Carnot, un matematico che era stato rivoluzionario ed era una persona intransigente

Carnot

- **Lazzaro Carnot** (1753-1823) fu un matematico che si occupò di geometria; a lui è attribuito il teorema di Carnot (o del coseno)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$



Carnot

- Sadi Carnot, figlio di Lazzaro, fu un fisico e scoprì il secondo principio della termodinamica; un altro figlio di Lazzaro, Lazare Hyppolite fu un personaggio politico, deputato ed oppositore di Napoleone III, quindi senatore a vita. Un figlio di quest'ultimo, Marie-François Sadi, fu deputato, ministro e infine presidente della repubblica; morì assassinato dall'anarchico italiano Sante Caserio

Fourier

- Fourier aveva diritto ad una pensione, ma non la percepì mai: con Waterloo inizia la Restaurazione con le sue faide. Fourier torna a Parigi, ma è senza lavoro, deve vendere i mobili per sopravvivere. I suoi amici gli trovano un posto ad un ufficio statistico. Cerca di entrare all'Accademia delle Scienze, ma la Corte gli si schiera contro per i suoi trascorsi napoleonici

Fourier

- Fourier spera di entrare nell'Accademia alla morte di Monge, ma quel posto viene occupato da Cauchy. Soltanto l'anno successivo, per la cacciata di Lazzaro Carnot che va esule in Germania, Fourier entra nell'Accademia e alla morte di Delambre ne diventa segretario perpetuo, carica ben pagata

Fourier

- Fourier passa gli ultimi anni della vita in polemiche sulla priorità di certe scoperte: infatti aveva pubblicato poco, e altri matematici avevano pubblicato a proprio nome teoremi che erano stati trovati o comunque intuiti da Fourier. Questi si affrettano a far retrodatare alcuni suoi lavori.

Fourier

- In tale modo riesce a riappropriarsi della paternità della trasformata integrale che invece era stata attribuita a Cauchy, nonché delle soluzioni dell'equazione del calore, su cui aveva pubblicato Poisson.
- Le polemiche erano sterili, anche perché Fourier pretendeva la paternità di teoremi che aveva enunciato, ma non dimostrato

Fourier

- Fourier non si è mai sposato e non si hanno documenti di sue compagnie femminili; una sola lettera ad un medico raccomanda una paziente, "che io amo moltissimo".
- Forse si tratta di una matematica, Sophie Germain

Sophie Germain

- **Sophie Germain**
(1776-1831)
- All'età di 13 anni legge la morte di Archimede causata da un soldato romano e decide di dedicarsi alla matematica



Sophie Germain

- Studia di notte, impara da sola il latino e il greco, legge le opere di Newton e di Eulero. Scrive un lavoro che invia a Lagrange sotto lo pseudonimo di M. Leblanc e solo dopo dovrà rivelarsi per una donna.

Sophie Germain

- Ha una vasta corrispondenza con Gauss sempre sotto pseudonimo; è costretta a rivelarlo quando la casa di Gauss è occupata dall'esercito francese nel 1806. Sophie interviene presso un ufficiale francese suo amico e così Gauss viene a sapere della vera identità.

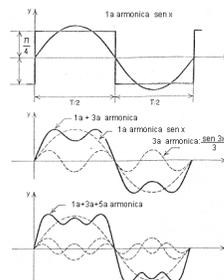
Sophie Germain

- Sophie Germain scrive alcuni lavori sulla teoria dei numeri e porta contributi alla soluzione dell'ultimo teorema di Fermat

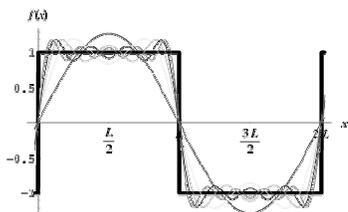
Fourier

- Fourier, dopo una vita di soddisfazioni politiche e sociali e anche di periodi difficili, vive gli ultimi mesi tormentato dai reumatismi e da una malaria forse contratta in Egitto; è in una fasciatura di gesso che gli lascia libere solo le mani e la testa. Ha un attacco di angina pectoris mentre scende le scale, e muore qualche giorno dopo (1830)

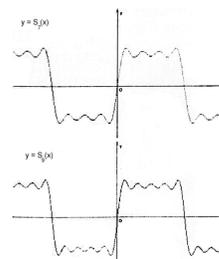
La serie di Fourier



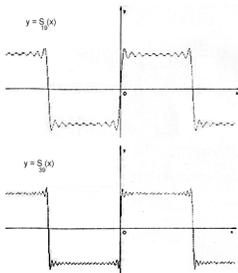
La serie di Fourier



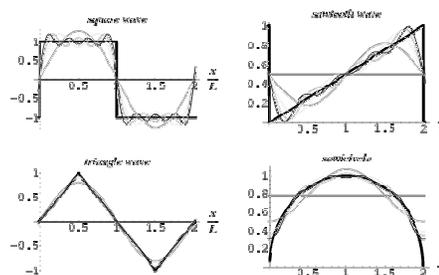
La serie di Fourier



La serie di Fourier



La serie di Fourier



La serie di Fourier

$$10 \sin t + 3 \sin 2t + 4 \sin 3t$$

Grafico periodico irregolare.

La serie di Fourier

Spettro di una serie di Fourier

0:01_055 | 0:01_06 | 0:01_065 | 0:01_07

Lo spettro di una nota dell'armonica a bocca

La serie di Fourier

Forma d'onda del sostenuto del la di un diapason.

Forma d'onda e spettro sonoro del la (sostenuto) di violino e pianoforte (Fonte: D. Halliday e R. Resnick, *Fisica generale*, Casa Editrice Ambrosiana, 1964).

La serie di Fourier

Attacco Sostenuto Decadimento

Tempo in secondi

Attacco Sostenuto Decadimento

Tempo in secondi

Frequenze in kHz

Fig. 4.4 A sinistra nei bassetti di violoncello, a destra di clarinetto. In alto la forma d'onda, nel mezzo un ingrandimento di una parte presa al centro, in basso la FFT. (Fonte: J.A. Moore, *Signal Processing Aspects of Computer Music - A Survey*, Proceedings I.E.E.E., luglio 1977).

Trasformata di Fourier

Paul Horowitz, l'ideatore di BETA, al monitor del supercomputer presso lo Harvard-Smithsonian Observatory. A destra in basso un ritratto di Fourier. (*Planetary Report*, vol. XVI, n. 2, 1996) (Fotografia di Thomas R. McDonough).