

STORIA DELLA MATEMATICA

Prof. Carlo Minnaja

Lezioni per studenti del Corso di
Laurea in Matematica
8a settimana

I successori di Fourier

I successori di Fourier

- I maestri di Fourier erano morti, sia Monge che Lagrange; Laplace muore nel 1827. Fourier morirà nel 1830. Cauchy, Fourier e Poisson dovranno fronteggiare una agguerrita concorrenza di giovani

Cauchy

- Augustin Louis Cauchy (1789-1857) era stato un ingegnere delle fortificazioni sotto Napoleone



Cauchy



- Cauchy si rifiutò di giurare al nuovo re Luigi Filippo e nel 1830 abbandonò la Cattedra alla Sorbona; andò in esilio e venne anche a Torino, dove presentò un lavoro all'Accademia

Cauchy

- Dopo i nuovi rivolgimenti in Francia Cauchy tornò a Parigi dove fu reintegrato nella cattedra nonostante non avesse giurato fedeltà al nuovo re.

Gauss e l'Accademia di Torino



- Contemporaneamente alla presenza di Cauchy a Torino viene nominato socio dell'Accademia Gauss, che non viene a Torino, ma ringrazia

La nascita della topologia

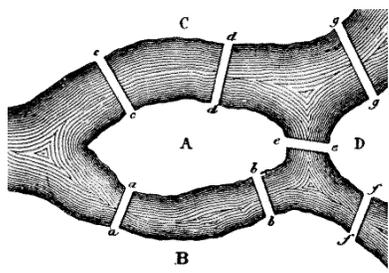
I ponti di Königsberg



I ponti di Königsberg

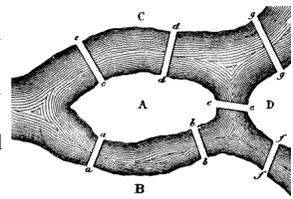
Siamo a Königsberg, nel 1759. Il fiume che attraversa la città si divide in due rami formando un'isola in corrispondenza della biforcazione. Il territorio è diviso in 4 aree come si vede nella figura qui sotto: l'isola A, le due sponde B, C e la parte interna alla biforcazione D

I ponti di Königsberg



I ponti di Königsberg

Le 4 aree sono collegate da 7 ponti:
 A-C sono collegate dai ponti c, d;
 A-B sono collegate dai ponti a, b;
 D-A sono collegate dal ponte e;
 D-C sono collegate dal ponte g;
 D-F sono collegate dal ponte f



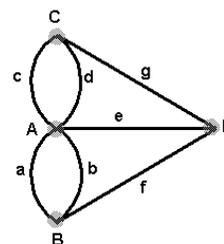
I ponti di Königsberg

- E' possibile fare una passeggiata attraversando esattamente una sola volta tutti i ponti?
- Il problema dei ponti di Königsberg si può ricondurre alla seguente figura.

I ponti di Königsberg

E' possibile tracciarla con un solo tratto di penna senza mai staccare la penna dal foglio e percorrendo tutte le linee una sola volta?

Non è possibile!



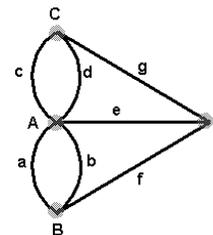
I ponti di Königsberg

Una figura di questo tipo, formata da punti nodali (A, B, C, D) e da linee che li congiungono (a, b, c, d, e, f, g), si chiama **grafo**.

I punti A, B, C, D si chiamano **nodi**. Le linee a, c, d, e, f, g si chiamano **archi** (o lati o segmenti). Le superficie chiuse limitate da una serie di archi si chiamano **regioni**.

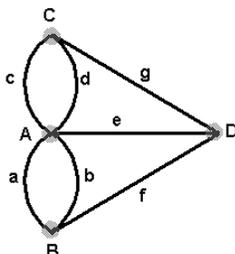
I ponti di Königsberg

Il numero di archi che escono da un nodo si chiama **ordine** del nodo. Ad esempio l'ordine del nodo A è 5 mentre l'ordine del nodo D è 3.



I ponti di Königsberg

- Quando si dice "nodo pari" o "nodo dispari" si intende rispettivamente "nodo di ordine pari" o "nodo di ordine dispari"



I ponti di Königsberg

- La possibilità di tracciare grafi con un solo tratto di penna è soggetta alle seguenti leggi:
- 1) Le figure che **non hanno nodi dispari** si possono tracciare con un tratto continuo partendo da un nodo qualunque.
- 2) Una figura che **ha esattamente 2 nodi dispari** può essere tracciata con un tratto continuo partendo da uno di essi.

I ponti di Königsberg

- 3) Le figure che **hanno più di 2 nodi dispari** non possono essere tracciate con un tratto continuo.

I ponti di Königsberg

- Eulero stabilì che un grafo composto soltanto da nodi pari, cioè ciascuno collegato a un numero pari di archi, è sempre percorribile e che si può ritornare al punto di partenza senza sovrapposizioni di percorso.

I ponti di Königsberg

- Se un grafo contiene nodi pari e soltanto due nodi dispari è ancora percorribile, ma non si può più ritornare al punto di partenza.

I ponti di Königsberg

- Se contiene invece più di due nodi dispari, non è percorribile senza sovrapposizioni di percorso.
- La passeggiata sui ponti di Königsberg è di quest'ultimo tipo, porta a un grafo composto da quattro nodi dispari, e quindi il problema di partenza ha risposta negativa

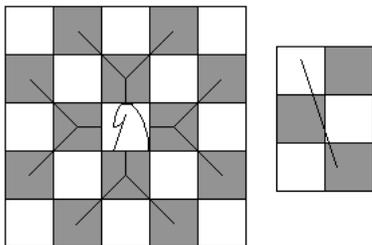
I ponti di Königsberg

- Quello che sembrava un piccolo rompicapo senza importanza, nelle mani di Eulero diventò un grande problema matematico, punto di partenza della teoria dei grafi e di una nuova scienza: la topologia, destinata a grandi sviluppi, un secolo più tardi.

I ponti di Königsberg



Il salto del cavallo



Il salto del cavallo

- Poiché esistono molte mosse diverse che consentono al cavallo di saltare da una casella all'altra, si può disegnare un cammino chiuso in cui tutte le possibili MOSSE siano tracciate una ed una sola volta? (grafo euleriano)

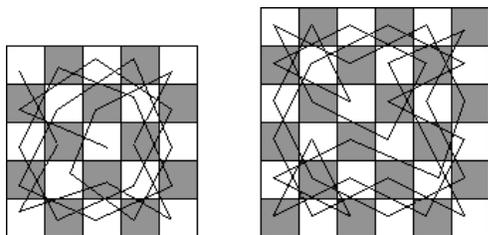
Il salto del cavallo

- È possibile, per il cavallo, occupare tutte le CASELLE di una scacchiera $n \times n$ ciascuna esattamente una volta prima di ritornare sulla stessa casella da cui è partito? (grafo hamiltoniano)

Il salto del cavallo

- **TEOREMA:** Il cavallo, saltando su una scacchiera $n \times n$, può occupare tutte le caselle ciascuna esattamente una volta descrivendo un cammino hamiltoniano $\Leftrightarrow n \geq 5$ (*G. Zammillo, 2000*).

Il salto del cavallo



Il salto del cavallo

