STORIA DELLA MATEMATICA
Prof. Carlo Minnaja

Lezioni per studenti del Corso di Laurea in Matematica

1ª settimana

Costruzione con riga e compasso

Å Dato un insieme di punti **E** nel piano euclideo, consideriamo due tipi di operazioni:

Å **Operazione 1** (riga) **-** tracciare una linea retta che colleghi due qualsiansi punti di **E**.

Å **Operazione 2** (compasso) **-** disegnare una circonferenza il cui centro sia un punto di **E** e il cui raggio sia uguale alla distanza tra due punti di **E**.

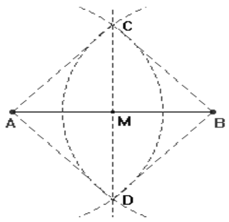
Costruzione con riga e compasso

Å I punti di intersezione di due rette, di due circonferenze, o di una retta e una circonferenza sono **costruibili** con un solo passo.

Å Un **punto** si dice **costruibile** se esiste una successione finita r_1, é , r_n di punti di E tale che, per ogni i=1, é , n, il punto r_i è costruibile in un solo passo.

Costruzione con riga e compasso

Å Esempio: costruzione del **punto medio** di un dato segmento



I tre problemi classici della matematica greca

Å **Duplicazione del cubo**

ovviamente il problema è dato da

$$b^3 = 2\, a^3$$

cioè *b* è *a* per la radice cubica di 2.

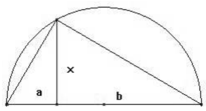
Å **Ippocrate** dimostrò che la risoluzione di questo problema equivale a studiare lõintersezione tra coniche, due parabole ed una iperbole equilatera (non risolubile con riga e compasso)

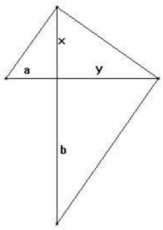
Duplicazione del cubo

Å Presso i Pitagorici era noto come inserire un segmento x medio proporzionale tra due segmenti dati a e b, cioè era noto come costruire segmenti che verificassero la proporzione $a: x = x: b$

Å Non era nota, invece, l'estensione al caso dell'inserzione di due segmenti x e y, medi proporzionali tra due segmenti dati, in modo che valga la proporzione $a: x = x: y = y: b$

Duplicazione del cubo





Duplicazione del cubo

La relazione

a /x = x/y = y/b

si trasforma nel sistema

$$\begin{cases} x = ab / y \\ x^2 = ay \end{cases}$$

Duplicazione del cubo

da cui:

$$x^3 = a^2b$$

il segmento x è uguale allo spigolo di un cubo equivalente ad un parallelepipedo rettangolo a base quadrata di lato a e avente altezza b.

Per $b = ma$ si ottiene:

$$x^3 = ma^3$$

da cui, per $m = 2$, si ottiene $x^3 = 2a^3$

Duplicazione del cubo

Il problema è quindi ridotto ad un problema di geometria piana.

La risoluzione del problema può quindi ridursi allo studio dellõintersezione tra due parabole oppure dellõintersezione di una di queste con unõiperbole equilatera: infatti ponendo $b = x$, $b^2/a = y$ si ha

$$x^2 = ay \quad y^2 = 2ax \quad xy = 2a^2$$

Euclide - Elementi

Å I **numeri primi** sono infiniti

Å Se fossero finiti, e il più grande si chiamasse p_k, allora consideriamo il numero

$$N = p_1p_2p_3\text{é é } p_k + 1$$

Questo non sarebbe divisibile per nessun p_i (la divisione avrebbe resto 1), e quindi sarebbe primo a sua volta e maggiore di p_k

(dim. adattata modernamente da quella di Euclide, *Elementi*, libro IX; ne esistono altre)

Numeri primi

Å ci sono molti studi sulla distribuzione dei numeri primi:

Å ad es. Gauss dimostrò che il numero di primi minori o uguali di un dato numero x (indicato con ´ (x)) è approssimativamente

x/ln x

Esistono anche approssimazioni migliori

Numeri primi

Å Il *postulato di Bertrand* (che fu poi dimostrato da Chebyshev) dice che tra un numero naturale *n* e 2*n* esiste sempre almeno un numero primo

Trigonometria

Trigonometria

Å La trigonometria ha lo scopo di determinare i valori di alcuni elementi dei triangoli essendo noti altri elementi; quella piana tratta dei triangoli piani, quella sferica tratta dei triangoli sferici.

Å La *trigonometria* è nata per risolvere problemi di astronomia e di agrimensura.

Trigonometria

Å La parola ***trigonometria*** compare per la prima volta nel libro *Sphaericorum libri tres* (Heidelberg 1595) di Bartholomeus Pitiscus

Trigonometria

Å **Aristarco di Samo** (III sec. a. C.) aveva notato che il rapporto tra lôarco e la corda decresce al decrescere dellôangolo da retto a nullo

Trigonometria

Å **Aristarco** era un grande astronomo:

Å scoprì la precessione degli equinozi

Å determinò lôangolo dellôeclittica

Å misurò le irregolarità del moto della Luna

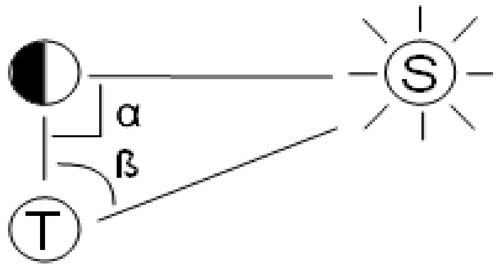
Å elaborò un catalogo di oltre 1000 stelle

Trigonometria

ÅAristarco da Samo fu il primo a proporre una teoria eliocentrica

Åcalcolò il rapporto tra le distanze dalla Terra del Sole e della Luna con un ragionamento geometrico

Trigonometria



La luna è in quadratura

Trigonometria

Å Quando la Luna è in quadratura osservando ϐ si può calcolarne la tangente, che appunto è il rapporto tra le due distanze

Å In realtà Aristarco trovò questo rapporto stimandolo tra 18 e 20, mentre è 400

Trigonometria

Å Ma la precisione con cui Aristarco poteva calcolare lôangolo era scarsa e ciò ha portato ad una valutazione estremamente imprecisa

Å del pari era scarsa la precisione temporale con cui poteva determinare lôora esatta della quadratura

Trigonometria

Å La trigonometria compare con una **tabella di valori dellôarco e della corda** per una serie di angoli al centro di una circonferenza

Trigonometria

Å **Ipparco di Nicea** (190-120 a. C) è forse il primo che divide la circonferenza in 360°

Trigonometria

Å Ipparco visse a lungo a Rodi (dove probabilmente morì), fece un catalogo di 1080 stelle, con latitudine e longitudine sulla sfera celeste, e suddivise gli astri in classi di luminosità, classificazione che è usata ancora oggi, dopo una leggera modifica nellôOttocento

Å Fu probabilmente il primo che calcolò le eclissi solari dei successivi 600 anni

Trigonometria

Å Confermò la precessione degli equinozi scoperta da Aristarco

Å Calcolò la lunghezza dellôanno in 365 gg., 6 h., 55ô, 12ò

Trigonometria

Å Ipparco scrisse probabilmente 14 libri, dei quali quasi nulla è giunto fino a noi

Å Parlano di lui lôAlmagesto di Tolomeo, Teone nei commenti dellôAlmagesto

Å Una pagina intera gli è dedicata da Leopardi nella sua *Storia dellôastronomia*

Trigonometria

Å **Menelao di Alessandria** (I sec. d. C.) ci fornisce i primi sviluppi della trigonometria sferica.

Å Le sue opere sono perdute, ma è rimasta una traduzione araba di *Sphaerica*, in tre libri.

Å Per la prima volta compare il concetto di triangolo sferico come zona limitata da tre archi di cerchio massimo

Trigonometria

Å **Tolomeo dôAlessandria** (m. 168 d. C.)

Å *Sintassi matematica* (in arabo: *Almagesto*):

Å 13 libri che mescolano trigonometria e astronomia

Å Tolomeo divide la circonferenza in 360°

Å Tolomeo calcola quindi per ogni arco di un certo numero di parti la corrispondente *corda* (inizia con gli archi di 36° e 72°)

Trigonometria

Å Tolomeo non usava tuttavia le funzioni *seno*, *coseno*, ma faceva ricorso alle **corde** degli archi (e quindi dellôarco doppio)

Å Tuttavia basta sostituire nellôAlmagesto al posto della corda dellôarco *x* la quantità

$$2\ sen\ (x/2)$$

Trigonometria

Å Nellô Almagesto si trovano varie formule in uso ancora adesso

Å $sin^2x + cos^2x = 1$

Å *sen* (Ŭ+ɓ) = *sen* Ŭ *cos* ɓ + *sen* ɓ *cos* Ŭ

Å *cos* (Ŭ+ɓ) = *cos* Ŭ *cos* ɓ - *sen* Ŭ *sen* ɓ

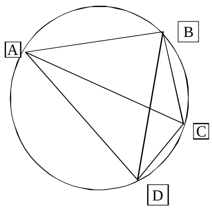
Å Tali formule sono un caso particolare del teorema seguente:

Trigonometria

Å Sia ABCD un quadrilatero convesso inscritto in un cerchio; allora

AB × CD + BC × DA =

= AC × BD



Trigonometria

Å cioè la somma dei prodotti di lati opposti è uguale al prodotto delle diagonali

Å Se AC fosse un diametro si otterrebbero le formule che compaiono nellô Almagesto