ERRATA CORRIGE e AGGIUNTE: Traccia delle lezioni del corso di Analisi Matematica 1, A.A. 2014/15 aggiornata al 15 ottobre 2014

p. 8, riga 3: sostituire
invece di (i), (ii)
con
invece di (i), (iii)

p. 24, riga 4: sostituire
$n \in \mathbb{N}_{n_0+m+1} \subseteq \tilde{B}$
con
$n + 1 \in \mathbb{N}_{n_0+m+1} \subseteq \tilde{B}$

p. 27 riga 3: sostituire
$A = \{-\infty\}$
con
$A = \{+\infty\}$

p. 37, due righe sopra la sezione 2.9: sostituire
il massimo dei maggioranti
con
il massimo dei minoranti

p. 42, quarta riga dal basso: sostituire
$f \circ g$
con
$g \circ f$

p. 46, riga 3: sostituire
reale
con
razionale

p. 46, riga 5: sostituire
Se $q \in \mathbb{Q} \cap]0, +\infty[$,
con
Se $q \in (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) \cap]0, +\infty[$,

p. 46, riga 7: sostituire

Se $q \in]-\infty, 0]$,

con

Se $q \in (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) \cap]-\infty, 0]$,

p. 47, riga 1 dell'enunciato 2.16.2: sostituire

$\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

con

$\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

p. 75, righe 3 e 4 dell'Esempio: sostituire

x

con

j

p. 82, riga 5 dal basso: sostituire

$x \in V' \subseteq U$

con

$x \in V' \subseteq U'$

p. 95, definizione (3.10.3): sostituire

$J_k(l)(x)$

con

$J_k(x)$

p. 123, penultima riga: sostituire

$X \setminus C$

con

$Y \setminus C$

p. 128, sei righe sopra la 5.2.5: sostituire

$T^+_{x_0} = T \cap]x_0, +\infty[= [0, 1]$

con

$T^+_{x_0} = T \cap [x_0, +\infty[= [0, 1]$

p. 146, riga 2 della dimostrazione: sostituire

$\tilde{\mathbb{R}}$

con

$\mathbb{R}$

p. 167, righe 4, 7 (in tutto tre volte): sostituire

2M

con

4M

p. 167, riga 9: sostituire

$n \geq 1 + n_0$

con

$n \geq 2(1 + n_0)$

p. 167, riga 11: sostituire

$n_1 \geq 1 + n_0$

con

$n_1 \geq 2(1 + n_0)$

p. 167, subito prima dell'enunciato di Cesàro per le medie geometriche: aggiungere:

Esercizio. Sia $M \in]0, +\infty[$. Provare che

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n!}{M^n} = +\infty \, .$$

Soluzione. Si osservi che

$$\begin{aligned} \frac{n!}{M^n} &= \exp\left\{ \log \frac{n!}{M^n} \right\} = \exp\left\{ \log n! - \log M^n \right\} \\ &= \exp\left\{ n \left[\frac{\log n!}{n} - \log M \right] \right\} = \exp\left\{ n \left[\frac{\sum_{j=1}^n \log j}{n} - \log M \right] \right\} , \end{aligned}$$

per ogni $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Essendo $\lim_{j \to \infty} \log j = +\infty$, il teorema di Cesàro per le medie aritmetiche assicura che $\lim_{n \to \infty} \frac{\sum_{j=1}^n \log j}{n} = +\infty$. Dalle uguaglianze di cui sopra segue allora che

$$\lim_{n \to \infty} n \left[\frac{\sum_{j=1}^n \log j}{n} - \log M \right] = +\infty \, .$$

Essendo $\lim_{y\to+\infty}\exp y = +\infty$ il teorema del limite della composta assicura allora che il limite richiesto vale $+\infty$.

p. 173, riga 10: sostituire
$\left[\alpha\frac{a^{(x/\alpha)}}{(x/\alpha)}\right]^\alpha$
con
$\left[\frac{1}{\alpha}\frac{a^{(x/\alpha)}}{(x/\alpha)}\right]^\alpha$

p. 196, punto (i) della Proposizione 6.9.1 sostituire
sottoinsiemi di X
con
sottoinsiemi connessi di X

p. 232, prima riga del primo esercizio: sostituire
$I =]a,b[$
con
$I = [a,b]$

p. 232, seconda riga dello svolgimento del primo esercizio: sostituire
$f(a) < f(x) < b$
con
$f(a) < f(x) < f(b)$

p. 256, riga 9 dal basso: sostituire

$$p_n'(x)x^2 - 2np_n(x)x - p_n(x)\,,$$

con

$$p_n'(x)x^2 - 2np_n(x)x + p_n(x)\,,$$

p. 280, tre righe dal basso: sostituire
minimo relativo.
con
minimo relativo all'interno del dominio di definizione di una funzione.

p. 299, riga 3: sostituire

zero x_0

con

zero x_0 interno all'intervallo

p. 333, 4 righe dal basso: sostituire

un plurirettangolo.

con

un plurirettangolo limitato.

p. 353, ultima riga: sostituire

allora esiste $\delta > 0$

con

allora per ogni $\epsilon > 0$ esiste $\delta > 0$

p. 355, Definizione 11.11.3: Sostituire la Definizione 11.11.3 con la seguente:

Sia D un sottoinsieme non vuoto di $\mathbb{R}$ privo di punti isolati e sia f una funzione di D in $\mathbb{R}$. Diremo primitiva di f una funzione derivabile F di D in $\mathbb{R}$ tale che $F' = f$ in D.

p. 355, 8 righe dal basso: sostituire

(i)

con

(ii)

p. 355, 5 righe dal basso: sostituire

Sia D un sottoinsieme di $\mathbb{R}$ privo di punti isolati e di componenti connesse degeneri (si ricordi che i sottoinsiemi connessi in $\mathbb{R}$ sono intervalli).

con

Sia D un sottoinsieme di $\mathbb{R}$ privo di componenti connesse costituite da un solo punto, ossia degeneri (si ricordi che i sottoinsiemi connessi in $\mathbb{R}$ sono intervalli e che la componente connessa di un punto isolato è costituita solo dallo stesso punto isolato).

p. 383, riga 9 dal basso: sostituire

$x \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$

con

$z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$

p. 386, riga 1 della Prop. 12.4.1: Cancellare:
Sia $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

p. 396, a fine riga 7: sostituire
$\leq \sum_{j=0}^{\infty} y_j$
con
$= \sum_{j=0}^{\infty} y_j$

p. 399, ultima riga: sostituire
$|x_{n+1}| < \alpha |x_n|$
con
$|x_{n+1}| \leq \alpha |x_n|$

p. 401, 2 righe dal basso sostituire
$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{(n+1)}}{\frac{1}{n}} = 1$
con
$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{1}{(n+1)}\right|}{\left|\frac{1}{n}\right|} = 1$

p. 402, riga 8: sostituire
M^{-1}
con
$(\log M)^{-1}$

p. 408, riga 4: sostituire
$\mathbb{N} \setminus \{0\}$
con
$\mathbb{N}$

p. 409, riga 2: sostituire
$\sup_{k\in\mathbb{N}} s_{2k+1} - \inf_{k\in\mathbb{N}} s_{2k}$
con
$0 \leq \inf_{k\in\mathbb{N}} s_{2k} - \sup_{k\in\mathbb{N}} s_{2k+1}$

p. 409, subito prima dell'esercizio: aggiungere:
Osservazione. Diremo serie a termini di segno alterno anche una serie della forma $\sum_{n=n_0}^{\infty} (-1)^n a_n$ ove $n_0 \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ e ove $\{a_n\}_{n_0 \leq n \in \mathbb{N}}$ è una successione a

termini in $[0, +\infty[$. Osserviamo allora che anche in questo caso, se la successione $\{a_n\}_{n_0 \le n \in \mathbb{N}}$ è decrescente ed infinitesima, la serie a termini di segno alterno converge e la sua somma differisce dalla somma parziale m-esima a meno del primo termina trascurato a_{m+1}.

Infatti la successione $\{a_{n_0+j}\}_{j \in \mathbb{N}}$ soddisfa alle ipotesi del criterio di Leibnitz e converge, con somma diciamo $\sigma \in \mathbb{R}$ ed avremo allora

$$\begin{aligned} \lim_{m\to\infty} \sum_{n=n_0}^{m} (-1)^n a_n &= \lim_{m\to\infty} \sum_{j=0}^{m-n_0} (-1)^{j+n_0} a_{j+n_0} \\ &= (-1)^{n_0} \lim_{m\to\infty} \sum_{j=0}^{m-n_0} (-1)^j a_{j+n_0} = (-1)^{n_0} \sigma\,. \end{aligned}$$

Ne segue che la serie data è convergente e che $\sum_{n=n_0}^{\infty} (-1)^n a_n = (-1)^{n_0}\sigma$. Inoltre

$$\begin{aligned} \left| \sum_{n=n_0}^{\infty} (-1)^n a_n - \sum_{n=n_0}^{m} (-1)^n a_n \right| &= \left| (-1)^{n_0}\sigma - (-1)^{n_0} \sum_{j=0}^{m-n_0} (-1)^j a_{j+n_0} \right| \\ &= \left| \sigma - \sum_{j=0}^{m-n_0} (-1)^j a_{j+n_0} \right| \le a_{[(m-n_0)+1]+n_0} = a_{m+1}\,, \end{aligned}$$

come voluto.

p. 409, riga 8 dal basso: sostituire
   $\mathbb{N}$
con
   $\mathbb{N} \setminus \{0\}$

p. 410, riga4: sostituire
   $\sum_{j=0}^{n} a_j$
con
   $\sum_{j=1}^{n} a_j$

p. 412, riga 7: sostituire
   $(\sqrt[n]{n})^x |x|$
con
   $\lim_{n\to\infty} (\sqrt[n]{n})^x |x|$

p. 412, riga 11 dal basso, inizio della soluzione: aggiungere:

Se $x = 0$ la serie data è ovviamente convergente. Supporremo allora $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

p. 419, riga 2: sostituire

$|a_n|\,|z - z^o|^n \leq$

con

$|a_n|\,|z - z^o|^n =$

p. 419, riga 8: sostituire

L'enunciato (iii) è una immediata conseguenza di (i) e di (ii).

con:

Proviamo ora (iii) e cominciamo a provare che $B_{\mathbb{K}}(z^o, R_a) \subseteq C_a$. Se $z \in B_{\mathbb{K}}(z^o, R_a)$ allora $|z - z^o| < R_a$ e per la seconda proprietà caratteristica dell'estremo superiore che definisce R_a esiste $w \in C_a$ tale che $|z - z^o| < |w - z^o| \leq R_a$. Il punto (i) assicura allora che la serie di potenze data converge assolutamente in z e che quindi $z \in C_a$.

Proviamo ora che $C_a \subseteq \overline{B_{\mathbb{K}}(z^o, R_a)}$. Il punto (ii) assicura che $\mathbb{K} \setminus \overline{B_{\mathbb{K}}(z^o, R_a)}$ non può contenere punti di C_a e che quindi

$$\mathbb{K} \setminus \overline{B_{\mathbb{K}}(z^o, R_a)} \subseteq \mathbb{K} \setminus C_a\,.$$

Passando ai complementari in $\mathbb{K}$ abbiamo allora subito che $C_a \subseteq \overline{B_{\mathbb{K}}(z^o, R_a)}$ come voluto.

p. 424, riga 7: sostituire

$\mathbb{C}$

con

$\mathbb{R}$

p. 424, riga 4 sopra la Proposizione 13.13.1: sostituire

$x < x_0$

con

$x < x^o$

p. 425, riga 4 della soluzione dell'esercizio: sostituire

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$

con

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} x^n$

p. 425, riga 5 della soluzione dell'esercizio: sostituire

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}} = 1$

con

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left|\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right|} = 1$

p. 431, riga 5: sostituire

$\in]0, +\infty[$

con

$r \in]0, +\infty[$