

September 8, 2022

GEOMETRIA 2 PARTE B
9 SETTEMBRE 2022

Durata: 2 ore. Tutte le risposte devono essere giustificate, fornendo esempi, controesempi o dimostrazioni appropriate.

Esercizio 1. (a) Dare la definizione di spazio T_1 e di spazio T_2 (di Hausdorff) e dimostrare che ogni spazio T_2 è anche T_1 .

(b) Siano $f : X \rightarrow Y$ e $g : X \rightarrow Y$ due funzioni continue. Supponiamo che Y sia di Hausdorff. Dimostrare che l'insieme $C = \{x \in X \mid f(x) = g(x)\}$ è chiuso in X .

Esercizio 2. (a) Dare la definizione di spazio connesso, localmente connesso e connesso per archi.

(b) Dare un esempio di uno spazio connesso ma non connesso per archi.

(c) Dimostrare che uno spazio connesso e localmente connesso per archi è connesso per archi.

Esercizio 3. Determinare triedro di Frenet, curvatura e torsione della curva $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\gamma(t) = (a(t - \sin(t)), a(1 - \cos(t)), bt),$$

dove a e b sono due numeri reali positivi.