

TOPOLOGIA
15 GIUGNO 2017

M. LONGO

Esercizio 1. Trovare il gruppo fondamentale dello spazio $X = Y \cup Z$, dove $Y = \mathbb{T} - \{P\}$ è il toro meno un punto, $Z = \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ è il piano proiettivo reale e $Y \cap Z = \{Q\}$ è un punto.

Esercizio 2. Sia Z il sottoinsieme di $\mathbb{R}^3$ ottenuto dall'unione di un cerchio sul piano Oxy e l'asse z :

$$Z = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 = 1\} \cup \{(0, 0, z) | z \in \mathbb{R}\}.$$

Trovare il gruppo fondamentale di $X = \mathbb{R}^3 - Z$.

Esercizio 3. Trovare il gruppo fondamentale di $X = \mathbb{R}^3 - \{r, s\}$ dove r ed s sono due rette incidenti (e distinte) di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 4. Sia $p : \tilde{X} \rightarrow X$ un ricoprimento, e supponiamo che $\tilde{X}$ sia compatto. Dimostrare che p ha un numero finito di fogli.

Esercizio 5. Siano X e Y due spazi topologici e siano $p : \tilde{X} \rightarrow X$ e $q : \tilde{Y} \rightarrow Y$ i loro ricoprimenti universali. Trovare il ricoprimento universale di $X \times Y$, giustificando la risposta. E' vero o falso che tutti i ricoprimenti di $X \times Y$ si ottengono come prodotto $X' \times Y' \rightarrow X \times Y$ di due ricoprimenti $X' \rightarrow X$ e $Y' \rightarrow Y$?