

TOPOLOGIA
31 AGOSTO 2018

M. LONGO

Esercizio 1. Sia $\pi : \tilde{X} \rightarrow X$ un ricoprimento. Mostrare che se \tilde{X} è compatto, allora π ha un numero finito di fogli.

Esercizio 2. Sia X lo spazio topologico formato da \mathbb{R}^3 a cui sono tolti i tre assi coordinati. Calcolare $\pi_1(X, x_0)$.

Esercizio 3. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, (x, y) \neq (0, 0)\}$ il disco unitario aperto di \mathbb{R}^2 privato del punto $(0, 0)$. Descrivere esplicitamente tutti i ricoprimenti di D .

Esercizio 4. Facciamo agire (da destra) il gruppo $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ su \mathbb{R}^2 tramite traslazioni in questo modo: $(x_1, x_2) \cdot (m_1, m_2) = (x_1 + 2m_1, x_2 + 3m_2)$, dove $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ e $(m_1, m_2) \in \mathbb{Z}^2$. Consideriamo lo spazio quoziente $X = \mathbb{R}^2 / \mathbb{Z}^2$. Trovare $\pi_1(X, x_0)$.

Esercizio 5. Sia $X = \mathbb{R}^2 - \mathbb{S}^1$, dove $\mathbb{S}^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ è il cerchio unitario. Calcolare $\pi_1(X, x_0)$.