

June 9, 2016

TOPOLOGIA
PREAPPELLO, 10 GIUGNO 2016

MATTEO LONGO

Esercizio 1. Sia $I = [0, 1]$ e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la mappa definita da

$$f(x, y) = (x - y + 2 \sin(2\pi y), y + x - \cos(2\pi x)).$$

Dopo aver dimostrato che f induce una mappa sul toro $\mathbb{T} = (\mathbb{R}/\mathbb{Z}) \times (\mathbb{R}/\mathbb{Z})$ tramite passaggio al quoziente, si calcoli la mappa indotta $f_* : \pi_1(\mathbb{T}, x_0) \rightarrow \pi_1(\mathbb{T}, x_0)$ da f sul gruppo fondamentale di $\mathbb{T}$ in un suo punto x_0 .

Esercizio 2. Calcolare il gruppo fondamentale del toro meno un punto.

Esercizio 3. Sia X lo spazio topologico ottenuto rimuovendo un disco chiuso D dal cilindro $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}$. Calcolare il gruppo fondamentale $\pi_1(X, x)$.

Esercizio 4. Descrivere tutti i ricoprimenti del prodotto cartesiano $X = \mathbb{T} \times \mathbb{P}$ di un toro $\mathbb{T}$ con il piano proiettivo reale $\mathbb{P}$.

Esercizio 5. Sia $p : X \rightarrow Y$ un ricoprimento di Y e $q : Y \rightarrow Z$ un ricoprimento di Z . Dimostrare che se q è un ricoprimento con un numero finito di fogli, allora $q \circ p : X \rightarrow Z$ è un ricoprimento di Z .