

TOPOLOGIA
5 FEBBRAIO 2018

MATTEO LONGO

Esercizio 1. Sia $O = (0, 0, 0) \in \mathbb{R}^3$ e sia $X = \mathbb{R}^3 - \{O\}$. E' vero o falso che la sfera $\mathbb{S}^2 \subseteq \mathbb{R}^3$ è un retrato di deformazione di X ? Giustificare la risposta.

Esercizio 2. Calcolare il gruppo fondametalne del toro a cui è stato tolto un punto.

Esercizio 3. Calcolare tutti i ricoprimenti di $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ dove $\mathbb{S}^1$ è il cerchio di $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ è il piano proiettivo reale.

Esercizio 4. Sia X la sfera in $\mathbb{R}^3$ a cui sono stati tolti due punti, sia $Y = \mathbb{R} \times \mathbb{S}^1$ un cilindro di $\mathbb{R}^3$ (dove $\mathbb{S}^1 = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1\}$ e supponiamo che $X \cap Y = \{P\}$ dove P è un punto di $\mathbb{R}^3$. Calcolare il gruppo fondamentale di X .

Esercizio 5. Una *sezione* di un ricoprimento $p : Y \rightarrow X$ è una mappa continua $s : X \rightarrow Y$ tale che $p \circ s$ sia l'identità di X . Supponiamo che G sia un gruppo che agisce in modo propriamente discontinuo da sinistra su Y , definiamo $X = G \backslash Y$ e sia $p : Y \rightarrow X$ la proiezione canonica. Dimostrare che se p ha una sezione, allora p è il ricoprimento banale, *i.e.* Y è omeomorfo a $G \times X$ e l'azione di G su Y è data dalla moltiplicazione per G a sinistra: $g \cdot (g', x) = (gg', x)$ per ogni $g, g' \in G$ e $x \in X$.