

Analisi Matematica 1 – Matematica

Compitino - Simulazione

Martedì 6 Dicembre - Foglio 7

Esercizio 1 (8 punti) Al variare di $x \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{nx}(n+1)^{n+2}}{(n+3)!}.$$

Esercizio 2 (8 punti) Al variare di $z \in \mathbb{C}$ studiare la convergenza della successione complessa $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ con

$$a_n = \frac{1 + iz^n}{i + |z|^{2n}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Esercizio 3 (8 punti) Usando la definizione, verificare che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{e^{n/2} + e^{-n/2}}}{e^{n/4}} = 1.$$

Esercizio 4 (6 punti) Determinare esplicitamente una successione reale $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ non negativa e infinitesima che per ogni $n \in \mathbb{N}$ renda vera la disuguaglianza

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq 2 - a_n.$$

2 ore e 30 minuti a disposizione