

Analisi Matematica 1 – Matematica

Primo Compitino

Mercoledì 7 Dicembre 2011

VERSIONE B

Esercizio 1 (8 punti) Al variare di $x \in [0, 2\pi]$, studiare la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sin^n(x)}{n - \sqrt{n} + 1}.$$

Esercizio 2 (8 punti) Sia $A \subset \mathbb{R}$ il seguente insieme:

$$A = \left\{ \frac{n+1}{n} - \sqrt{\frac{n}{n+1}} \in \mathbb{R} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

dove $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$. Calcolare $\sup A$, $\inf A$ e dire se esistono $\max A$ e $\min A$.

Esercizio 3 (8 punti) Al variare di $z \in \mathbb{C}$ studiare la convergenza della successione complessa $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$

$$a_n = \left(2z^n + \frac{ni}{2n+i} \right)^n, \quad n \in \mathbb{N},$$

e, quando esiste, calcolarne il limite.

Esercizio 4 (8 punti) Sia $x \in \mathbb{Q}$ un numero razionale non negativo, $x \geq 0$. Dopo aver richiamato la caratterizzazione del limite superiore dimostrare che

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \left(\cos(nx\pi) - \frac{1}{n} \right) = 1.$$

2 ore e 30 minuti a disposizione