Analisi Matematica 1A – 2011-12
Programma provvisorio

Il programma potrà avere variazioni. Il programma definitivo sarà fissato alla fine del corso.

1.1. Numeri reali. Descrizione assiomatica: proprietà algebriche e proprietà ordinali. Estremo superiore e inferiore. Archimedeità. Densità di $\mathbb{Q}$. Diseguaglianza di Bernoulli e disuguaglianza aritmetico-geometrica. Equipotenza fra insiemi; teorema di Cantor-Schröder-Bernstein. Numerabilità di $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$. Non numerabilità di $\mathbb{R}$.

1.2. Topologia euclidea e limiti di successioni. Nozioni di topologia elementare sulla retta e sul piano (aperti, chiusi, intorni, punti di accumulazione). La retta e il piano estesi. Successioni reali e complesse. Limiti e proprietà. Limiti di successioni monotone. Sottosuccessioni. Ogni successione limitata ammette una sottosuccessione convergente; le successioni di Cauchy sono convergenti. Compatti della retta e del piano e loro caratterizzazione.

1.3. Serie numeriche reali e complesse. Definizione di serie di numeri reali o complessi, convergenza e divergenza. Criterio di convergenza di Cauchy. La serie geometrica. Serie reali a termini positivi; criterio del confronto. Convergenza assoluta. Criterio del rapporto e della radice per serie reali e complesse. Criterio di condensazione. Criterio di Leibniz e criterio di Abel-Dirichlet. Serie di potenze; raggio di convergenza. Prodotto alla Cauchy. Riordinamenti. Esponenziale, seno e coseno di un numero complesso: definizioni, formule di Eulero, proprietà elementari.

1.4. Spazi metrici e funzioni continue. Spazi metrici. Nozioni di topologia elementare: aperti, chiusi, intorni, punti di accumulazione e punti isolati, chiusura, interno, frontiera. Limiti di successioni e di funzioni negli spazi metrici. Funzioni continue tra spazi metrici. Compattezza negli spazi metrici. Le funzioni continue conservano la compattezza. Teorema di Weierstrass. Funzioni lipschitziane. Funzioni uniformemente continue tra spazi metrici; caso del dominio compatto; teorema di estensione. Spazi metrici completi. Relazioni tra completezza e compattezza. Cenni sulla connessione. I connessi di $\mathbb{R}$ sono gli intervalli.

29 Settembre 2011
R. Monti