

# Analisi Matematica 1 – Matematica

Primo compito. Tema A

Mercoledì 20 Novembre 2013

---

**Esercizio 1 (11 punti)** Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{n+1 - n2^{n+1}}{(n+1)2^{n+1}} \in \mathbb{R} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

dove  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ . Calcolare  $\sup A$ ,  $\inf A$ , e dire se esistono  $\max A$  e  $\min A$ .

**Esercizio 2 (11 punti)** Al variare dei numeri naturali  $k, m \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$  calcolare il limite

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^m}{(2kn)!}.$$

**Esercizio 3 (11 punti)** Al variare del numero reale  $x \in \mathbb{R}$  con  $0 < x < 1$  calcolare i seguenti limite inferiore e limite superiore

$$L^-(x) = \liminf_{n \rightarrow \infty} \{(-1)^n \sqrt{n^2 + 2nx}\},$$
$$L^+(x) = \limsup_{n \rightarrow \infty} \{(-1)^n \sqrt{n^2 + 2nx}\},$$

dove  $\{\cdot\}$  indica la parte frazionaria. Stabilire per quali  $0 < x < 1$  esiste il limite della successione in esame.

---

2 ore a disposizione. Giustificare ogni affermazione