

# Analisi Matematica 1A – 2013-14

## Programma provvisorio

Il programma potrà avere variazioni. Il programma definitivo sarà fissato alla fine del corso.

**1.1. Numeri reali.** Descrizione assiomatica: proprietà algebriche e proprietà ordinali. Estremo superiore e inferiore. Archimedicità. Densità di  $\mathbb{Q}$ . Diseguaglianza di Bernoulli e disuguaglianza aritmetico-geometrica. Equipotenza fra insiemi; teorema di Cantor-Schröder-Bernstein. Numerabilità di  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q}$ . Non numerabilità di  $\mathbb{R}$ .

**1.2. Topologia euclidea e limiti di successioni.** Nozioni di topologia elementare sulla retta e sul piano (aperti, chiusi, intorni, punti di accumulazione). La retta e il piano estesi. Successioni reali e complesse. Limiti e proprietà. Limiti di successioni monotone. Sottosuccessioni. Ogni successione limitata ammette una sottosuccessione convergente; le successioni di Cauchy sono convergenti. Compatti della retta e del piano e loro caratterizzazione.

**1.3. Serie numeriche reali e complesse.** Definizione di serie di numeri reali o complessi, convergenza e divergenza. Criterio di convergenza di Cauchy. La serie geometrica. Serie reali a termini positivi; criterio del confronto. Convergenza assoluta. Criterio del rapporto e della radice per serie reali e complesse. Criterio di condensazione. Criterio di Leibniz e criterio di Abel-Dirichlet. Serie di potenze; raggio di convergenza. Riordinamenti. Esponenziale, seno e coseno di un numero complesso: definizioni, formule di Eulero, proprietà elementari.

**1.4. Spazi metrici e funzioni continue.** Spazi metrici. Nozioni di topologia elementare: aperti, chiusi, intorni, punti di accumulazione e punti isolati, chiusura, interno, frontiera. Limiti di successioni e di funzioni negli spazi metrici. Funzioni continue tra spazi metrici. Compattezza negli spazi metrici. Le funzioni continue conservano la compattezza. Teorema di Weierstrass. Funzioni lipschitziane. Funzioni uniformemente continue. Spazi metrici completi. Relazioni tra completezza e compattezza. Cenni sulla connessione. I connessi di  $\mathbb{R}$  sono gli intervalli.

**1.5. Introduzione al calcolo differenziale.** Derivata di una funzione. La derivabilità implica la continuità. Derivata della somma, del prodotto e del quoziente di funzioni. Derivata della funzione inversa.

9 Ottobre 2013

R. Monti