

## Analisi Matematica 1A – 2020-21 – Programma provvisorio

**Insiemi e funzioni.** Operazioni sugli insiemi, funzioni fra insiemi, funzioni inversa e composta. Cardinalità, equipotenza fra insiemi, insieme potenza; teorema di Cantor-Schröder-Bernstein. Numerabilità di  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q}$ . Unione di numerabili è numerabile. Non numerabilità di  $\mathbb{R}$ . Principio di induzione. Disuguaglianza di Bernoulli. Binomio di Newton.

**Numeri reali.** Relazioni d'ordine. Descrizione assiomatica: proprietà algebriche e proprietà ordinali. Estremo superiore e inferiore. Assioma di completezza. Proprietà di Archimede. Parte intera e frazionaria. Densità di  $\mathbb{Q}$  in  $\mathbb{R}$ . Costruzione di  $\mathbb{R}$  con le sezioni di  $\mathbb{Q}$ .  $\mathbb{R}$  come spazio metrico. Prodotto scalare e norma in  $\mathbb{R}^n$ , disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.  $\mathbb{R}^n$  come spazio metrico.

**Successioni reali e complesse.** Limiti di successioni reali e complesse. Unicità del limite. Successioni divergenti. Operazioni con i limiti. Teorema del confronto. Successioni elementari e confronti. Teorema sulle successioni monotone. Successioni ricorsive. Limiti inferiore e superiore e loro caratterizzazione.

**Serie numeriche reali e complesse.** Definizione di serie di numeri reali o complessi, convergenza e divergenza. Condizione necessaria. Serie geometrica e serie telescopiche. Criterio del rapporto e della radice per serie a termini positivi. Criterio di condensazione di Cauchy. Convergenza assoluta. Criteri di Abel-Dirichlet e di Leibniz. La funzione  $e^x$ , tramite limite e serie: equivalenza. Proprietà della funzione esponenziale. Sottosuccessioni, Teoremi di Bolzano-Weierstrass e della sottosuccessione convergente. Successioni di Cauchy e completezza metrica di  $\mathbb{R}$ . Rappresentazione binaria e decimale dei reali. Riordinamenti. Teorema del confronto asintotico. Esponenziale, seno e coseno di un numero complesso, proprietà di  $e^z$  con  $z \in \mathbb{C}$ .

**Spazi metrici e funzioni continue.** Spazi metrici. Limiti di successioni in spazi metrici. Limiti di funzioni e caratterizzazione sequenziale del limite, operazioni con i limiti. Funzioni continue fra spazi metrici, caratterizzazione sequenziale. Le serie di potenze definiscono funzioni continue. Topologia di uno spazio metrico, aperti, chiusi, interno, chiusura, frontiera; assiomi della topologia. Caratterizzazione topologica della continuità. Spazi metrici completi, Teorema sul completamento.

**Introduzione al calcolo differenziale.** Derivata di funzioni e curve e loro interpretazione geometrica. Derivata di somma, prodotto e quoziente. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Derivata di tutte le funzioni elementari.

Sono inclusi nel programma gli esercizi del “Quaderno di esercizi” disponibile online alla pagina del corso.

25 settembre 2020

R. Monti