

Programma finale del Corso di Analisi Matematica 1, Anno Accademico 2012-13, Canale 3. Ingegneria dell'informazione. Docente: Roberto Monti

- 1) Numeri naturali: principio di induzione, coefficienti binomiali, binomio di Newton, disuguaglianza di Bernoulli.
- 2) Numeri razionali: la radice di 2 non è razionale.
- 3) Numeri reali: assioma di completezza, proprietà di Archimede, insiemi (inf. e sup.) limitati, estremo inferiore e superiore, massimo e minimo di un insieme.
- 4) Numeri complessi: somma, prodotto, quoziente, coniugato, modulo e argomento, rappresentazione algebrica, trigonometrica ed esponenziale, polinomi complessi e teorema fondamentale dell'algebra (senza dim.), radici di un numero complesso, numeri complessi come spazio metrico.
- 5) Successioni numeriche: definizione di limite, successioni monotone e limitate hanno limite, la successione notevole $(1 + 1/n)^n$ e il numero e , operazioni coi limiti (dim. per il limite del prodotto), Teorema del confronto per successioni, confronto fra infiniti (dim. dei vari casi), punto di accumulazione di un insieme, sottosuccessioni, Teorema di Bolzano (sull'esistenza del punto di accumulazione), Teorema di Bolzano-Weierstrass (ogni successione limitata ha una sottosuccessione convergente).
- 6) Serie numeriche: definizione di serie convergente e divergente, condizione necessaria di convergenza, serie geometrica, serie armonica, serie telescopiche, serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ con $\alpha > 0$, Teorema del confronto per serie, Criteri della radice e del rapporto per serie a termini positivi, serie assolutamente convergenti, la convergenza assoluta implica quella semplice ma non viceversa, criterio di Leibniz per serie a segno alterno, Criterio del confronto asintotico per serie.
- 7) Funzioni di una variabile reale: dominio, immagine e grafico, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$ e $\min f$, funzioni iniettive e suriettive, funzioni pari e dispari, funzione composta, funzione inversa, funzioni monotone, valore assoluto e sue proprietà, definizione di potenze e radici, logaritmi ed esponenziali e loro proprietà, funzioni trigonometriche e loro inverse, funzioni iperboliche.
- 8) Limite di funzioni: definizione per $x \rightarrow x_0$ e per $x \rightarrow \infty$, unicità del limite, permanenza del segno (dim. omessa), Teorema del confronto, operazioni sui limiti (dimostrazione del limite della somma), il limite notevole di $\sin x/x$ per $x \rightarrow 0$, limite destro e sinistro, forme indeterminate, confronto fra gli infiniti x^α , $\log_a x$ e a^x , analisi locale delle funzioni, ordine di infinitesimo, simboli di Landau (o piccoli), sviluppi delle funzioni elementari, asintoti obliqui, forme indeterminate $[1^\infty]$.
- 9) Funzioni continue: limiti destro e sinistro, caratterizzazioni equivalenti della continuità (senza dimostrazione), la composta di funzioni continue è continua, continuità delle funzioni elementari, Funzioni continue su un intervallo (senza dim.), Teorema degli zeri, Teorema dei valori intermedi, Teorema di Weierstrass, uniforme continuità, una funzione continua su un intervallo chiuso e limitato è uniformemente continua.

10) Calcolo differenziale: derivata di funzione, retta tangente, la derivabilità implica la continuità ma non viceversa, derivata delle funzioni elementari, operazioni su funzioni derivabili (dim. per la derivata del prodotto e del quoziente), derivata della funzione composta, derivata dell'inversa, gli estremi locali sono punti critici, Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy e loro corollari, derivata e monotonia, limite di $(1 + 1/x)^x$ per $x \rightarrow \infty$, Teoremi di Hôpital, funzioni $f \in C^\infty(A)$, Teorema di Taylor, sviluppi di Taylor delle funzioni elementari, formule di Eulero, punti di cuspidi e di angolo.

11) Integrale di Riemann: suddivisioni, somme inferiori e superiori, funzioni integrabili secondo Riemann, proprietà delle funzioni integrabili (senza dim.), le funzioni continue sono integrabili, funzione di Dirichlet, Lemma della media integrale, funzione integrale e primitive, Teorema fondamentale del calcolo integrale, integrali elementari, metodo dei fratti semplici, integrazione per sostituzione, sostituzioni parametriche, integrazione per parti, integrali impropri su intervallo illimitato (integrale di $x^{-\alpha}$ su $(1, \infty)$, teorema del confronto asintotico, ordine di infinitesimo per $x \rightarrow \infty$), integrali impropri di funzioni non limitate (integrale di $x^{-\alpha}$ su $(0, 1)$, e teorema del confronto asintotico).

12) Cenni sulle funzioni convesse: definizione, caratterizzazione delle funzioni convesse $f \in C^1(A)$, caratterizzazione delle funzioni convesse $f \in C^2(A)$, $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) > 0$ implicano che x_0 è un punto di minimo locale stretto. Dimostrazioni tutte omesse.

13) Esempi ed esercizi su tutti gli argomenti. Fanno parte integrante del Programma d'esame anche gli esercizi settimanali messi in rete.

14) Sono richieste tutte le definizioni e tutti i teoremi. Sono richieste tutte le dimostrazioni viste in classe. Fanno fede gli appunti del corso messi in rete.

Modalità dell'esame scritto. Quattro esercizi/problemi da risolvere. L'esame scritto è unificato per tutti gli studenti dell'area Ingegneria dell'informazione.

Modalità dell'esame orale. All'esame orale verranno poste tre domande: 1) Enunciare una definizione oppure discutere un esempio; 2) Enunciare e dimostrare un teorema; 3) Risolvere un esercizio tratto dai fogli settimanali messi in rete durante il corso.

R. Monti

16 Gennaio 2013