

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 15.07.2013

TEMA 1

Esercizio 1 [10 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \log \cosh x - \log |\sinh x - 1|.$$

- 1) Determinare il dominio di f e discuterne il segno.
- 2) Calcolare i limiti significativi e gli eventuali asintoti di f .
- 3) Calcolare f' , determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo o minimo relativi o assoluti.
- 4) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [8 punti]

a) Dato il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n!)}{n^2} = 0, \quad (1)$$

calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 + \log(n!) + \cos n \right) \left(\sin \left(\frac{1}{n} \right) \log(n+1) - \arctan \left(\frac{1}{n} \right) \log(n-1) \right).$$

b) [FACOLTATIVO] Dimostrare (1).

Esercizio 3 [9 punti]

a) Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{2\alpha x} - 1}{e^{2x} + 1} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

b) Calcolarlo per $\alpha = 1/2$.

Esercizio 4 [6 punti] Calcolare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^5 = -16\bar{z}$$

esprimendole prima in forma trigonometrica/esponenziale e poi in forma algebrica; disegnarle infine sul piano di Gauss.

NOTA: \log indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 15.07.2013

TEMA 2

Esercizio 1 [10 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \log |\sinh x - 2| - \log \cosh x.$$

- 1) Determinare il dominio di f e discuterne il segno.
- 2) Calcolare i limiti significativi e gli eventuali asintoti di f .
- 3) Calcolare f' , determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo o minimo relativi o assoluti.
- 4) Disegnare un grafico di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [8 punti]

a) Dato il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n!)}{n^2} = 0, \tag{1}$$

calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 + \log(n!) + \sin n \right) \left(\sinh \left(\frac{1}{n} \right) \log(n-1) - \arctan \left(\frac{1}{n} \right) \log(n+1) \right).$$

b) [FACOLTATIVO] Dimostrare (1).

Esercizio 3 [9 punti]

a) Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{3 - e^{\alpha x}}{e^{2x} + 3} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

b) Calcolarlo per $\alpha = 1$.

Esercizio 4 [6 punti] Calcolare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^3 = -2(1 + \sqrt{3}i)\bar{z}$$

esprimendole prima in forma trigonometrica/esponenziale e poi in forma algebrica; disegnarle infine sul piano di Gauss.

NOTA: \log indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.