

**Programma finale del Corso di Analisi Matematica 1, Anno Accademico 2013-14, Canale 4. Ingegneria dell'informazione. Docente: Roberto Monti**

- 1) Numeri naturali: principio di induzione, coefficienti binomiali, binomio di Newton, disuguaglianza di Bernoulli.
- 2) Numeri reali: assioma di completezza, proprietà di Archimede, insiemi (inf. e sup.) limitati, estremo inferiore e superiore, massimo e minimo di un insieme.
- 3) Numeri complessi: modulo e argomento, formule di Eulero e di de Moivre, rappresentazione algebrica, trigonometrica ed esponenziale, polinomi complessi e teorema fondamentale dell'algebra (s.d.), radici di un numero complesso.
- 4) Successioni numeriche: successioni monotone e limitate hanno limite, la successione notevole  $(1 + 1/n)^n$  e il numero  $e$ , Teorema del confronto per successioni, successioni notevoli, punto di accumulazione di un insieme, sottosuccessioni, Teorema della sottosuccessione convergente (s.d.).
- 5) Serie numeriche: condizione necessaria di convergenza, serie geometrica, serie armonica, serie telescopiche, serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$  con  $\alpha > 0$ , Teorema del confronto per serie, Criteri della radice e del rapporto per serie a termini positivi, serie assolutamente convergenti, la convergenza assoluta implica quella semplice ma non viceversa, criterio del confronto asintotico per serie, criterio di Leibniz per serie a segno alterno.
- 6) Funzioni di una variabile reale: dominio, immagine e grafico,  $\sup f$ ,  $\inf f$ ,  $\max f$  e  $\min f$ , funzioni iniettive e suriettive, funzione composta, funzione inversa, funzioni monotone, valore assoluto e sue proprietà, definizione di potenze e radici, logaritmi ed esponenziali, funzioni trigonometriche e loro inverse, funzioni iperboliche.
- 7) Limite di funzioni: definizione, unicità del limite, permanenza del segno, Teorema del confronto, operazioni sui limiti, il limite notevole di  $\sin x/x$  per  $x \rightarrow 0$ , limite destro e sinistro, confronto fra gli infiniti  $x^\alpha$ ,  $\log_a x$  e  $a^x$ , simboli di Landau ( $o$  piccoli), ordine di infinitesimo, asintoti obliqui.
- 8) Funzioni continue: caratterizzazioni equivalenti della continuità, la composta di funzioni continue è continua, continuità delle funzioni elementari, Teorema degli zeri, Teorema di Weierstrass.
- 9) Calcolo differenziale: derivata di funzione, retta tangente, la derivabilità implica la continuità ma non viceversa, derivata delle funzioni elementari, operazioni su funzioni derivabili, gli estremi locali sono punti critici, Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy e loro corollari, derivata della funzione composta, derivata dell'inversa, derivata e monotonia, limite di  $(1 + 1/x)^x$  per  $x \rightarrow \infty$ , Teoremi di Hôpital, funzioni  $f \in C^\infty(A)$ , Teorema di Taylor, sviluppi di Taylor delle funzioni elementari, punti di cuspidi e di angolo.
- 10) Integrale di Riemann: suddivisioni, somme inferiori e superiori, funzioni integrabili secondo Riemann, proprietà delle funzioni integrabili, le funzioni continue sono

integrabili (s.d), funzione di Dirichlet, Lemma della media integrale, funzione integrale e primitive, Teorema fondamentale del calcolo integrale, integrali elementari, metodo dei fratti semplici, integrazione per sostituzione, sostituzioni parametriche, integrazione per parti, integrali impropri su intervallo illimitato (integrale di  $x^{-\alpha}$  su  $(1, \infty)$ , teorema del confronto asintotico, ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow \infty$ , convergenza assoluta), integrali impropri di funzioni non limitate (integrale di  $x^{-\alpha}$  su  $(0, 1)$ , ordine di infinito per  $x \rightarrow 0$  e teorema del confronto asintotico).

11) Funzioni convesse: definizione, caratterizzazione delle funzioni convesse  $f \in C^1(A)$  (s.d.), caratterizzazione delle funzioni convesse  $f \in C^2(A)$ .

12) Esempi ed esercizi su tutti gli argomenti. Fanno parte integrante del Programma svolto anche gli esercizi settimanali messi in rete, i Fogli 1–13.

Sono richieste tutte le definizioni, gli esempi, gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi visti in classe.

s.d.=senza dimostrazione

**Modalità dell'esame scritto.** Quattro esercizi/problemi da risolvere. L'esame scritto è unificato per tutti gli studenti dell'area Ingegneria dell'Informazione.

**Modalità dell'esame orale.** All'esame orale verranno poste tre domande: 1) Enunciare una definizione oppure discutere un esempio; 2) Enunciare e dimostrare un teorema; 3) Risolvere un esercizio tratto dai fogli settimanali messi in rete durante il corso.

R. Monti

16 Gennaio 2014