

Analisi Matematica 2 - A

Nome:

Appello scritto del 16 Luglio 2013

Esercizio 1 (10 punti) Studiare la convergenza puntuale e uniforme della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+n^2x)e^{-nx}}{1+n^2}, \quad x \geq 0.$$

Esercizio 2 (10 punti) In dipendenza dal parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = e^{x+y} + x^2 + \alpha xy + y^2.$$

- i) Determinare tutti i valori di α tali che f sia convessa su tutto \mathbb{R}^2 .
- ii) Per ciascun $\alpha \in [-2, 2]$ discutere esistenza e unicità di punti di minimo di f .

Esercizio 3 (10 punti) Sia $g \in C([0, 1])$ una funzione continua fissata.

- i) Provare che esiste un'unica soluzione $y \in C([0, 1])$ dell'equazione funzionale

$$y(x) = \frac{1}{3} \int_0^x \frac{y(t)}{\sqrt{t}} dt + g(x), \quad x \in [0, 1].$$

- ii) Calcolare la soluzione nel caso $g(x) = x$.

Tempo a disposizione: 2.30 ore.