Fondamenti di Analisi Matematica 2 – 2009-10
Ingegneria dell'Energia – Canale 1

Programma finale del corso

d=con dimostrazione

Successioni e serie di funzioni. Convergenza puntuale ed uniforme. Il limite uniforme di funzioni continue è continuo (d). Passaggio al limite sotto il segno di integrale con la convergenza uniforme. Convergenza uniforme e derivata. Convergenza totale, uniforme e puntuale per le serie di funzioni. Serie di potenze e criteri per calcolare il raggio di convergenza. Serie di Taylor in una variabile e criterio per la loro convergenza. Esempi ed esercizi su tutti gli argomenti.

Serie di Fourier. Polinomi trigonometrici e serie trigonometriche. Formule per i coefficienti di Fourier e serie di Fourier. Funzioni regolari a tratti. Teorema sulla convergenza puntuale della serie di Fourier (d). Teorema sulla convergenza uniforme della serie di Fourier. Esempi ed esercizi su tutti gli argomenti. Applicazione delle serie di Fourier al problema della corda vibrante.

Limiti e continuità in $\mathbb{R}^n$. Norma Euclidea e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz in $\mathbb{R}^n$ (d). Elementi di topologia in $\mathbb{R}^n$: insiemi aperti e chiusi, punti interni e di frontiera, insiemi compatti. Teorema di Heine-Borel. Limiti di funzioni in più variabili: esempi ed esercizi. Funzioni continue e caratterizzazione di insiemi aperti e chiusi tramite funzioni continue. Teorema di Weierstrass (d).

Calcolo differenziale in $\mathbb{R}^n$. Derivate parziali e gradiente. Funzioni differenziabili e differenziale. Le funzioni differenziabili sono continue (d). Le funzioni di classe C^1 sono differenziabili (d). Derivata della funzione composta (d). Derivata direzionale. Funzioni con gradiente nullo in un insieme convesso. Derivate successive, Teorema di Schwarz e matrice Hessiana. Funzioni di classe C^k. Cenni sulle forme quadratiche (definite positive e negative). Punti critici, massimi e minimi locali. Formula di Taylor in più variabili al secondo ordine. Gli estremi locali sono punti critici (d). In un minimo locale la matrice Hessiana è semidefinita positiva. Condizione sufficiente per un minimo locale (punto critico e matrice Hessiana definita positiva) (d). Esempi ed esercizi sugli argomenti precedenti. Cenni sul calcolo differenziale per funzioni a valori vettoriali: Matrice Jacobiana e derivata della composizione.

Sistemi di equazioni differenziali ordinarie. Equazioni di ordine n e sistemi di n equazioni del primo ordine. Equazioni del primo ordine lineari e a variabili separabili. Equazioni omogenee e di Bernoulli. Problema di Cauchy e sua formulazione integrale (d). Funzioni Lipschitz in y uniformemente in x. Le funzioni C^1 verificano la precedente proprietà (d). Teorema di esistenza e unicità locale. Riduzione della dimostrazione al Teorema di punto fisso (d). Soluzione massimale e teorema di esistenza in grande. Analisi qualitativa della soluzione del Problema di Cauchy. Sistemi di equazioni lineari. Nel caso omogeneo, le soluzioni formano uno spazio vettoriale. Equazioni lineari a coefficienti costanti. Metodo della variazione delle costanti per equazioni lineari non omogenee del secondo ordine. Esempi ed esercizi su tutti gli argomenti.

Curve parametrizzate. Curve parametriche regolari, versore tangente e lunghezza. Le curve C^1 sono rettificabili (d). Curve in coordinate polari. Parametrizzazione a lunghezza d'arco. Integrale curvilineo. La definizione di integrale curvilineo non dipende dalla parametrizzazione (d). Esempi ed esercizi.

Forme differenziali lineari. Campi conservativi. Cenni su $\mathbb{R}^{n*}$, il duale di $\mathbb{R}^n$. Definizione di forma differenziale lineare. Integrale di una forma differenziale lungo una curva orientata. Forme chiuse ed esatte. Teorema sulla caratterizzazione delle forme esatte (d). Le forme chiuse in un rettangolo del piano sono esatte (d). Forme chiuse in $\mathbb{R}^3$. Rotore e campi irrotazionali. Esempi ed esercizi su tutti gli argomenti.

Integrali doppi e tripli. Domini normali nel piano. Definizione di integrale doppio. Teorema di riduzione per gli integrali doppi. Area e baricentro. Formula del cambio di variabile. Coordinate polari. Teorema della divergenza nel piano. Integrali tripli. Integrazione per fili e per strati negli integrali tripli. Esercizi sugli argomenti precedenti. Volume e baricentro. Cambio di variabile negli integrali tripli. Coordinate sferiche.

Superfici e integrali di superficie. Prodotto vettoriale in $\mathbb{R}^3$. Superfici regolari parametrizzate. Spazio tangente e versore normale. Cambiamento di parametrizzazione. Area di una superficie. Integrali di superficie. Flusso di un campo attraverso una superficie. Esempi ed esercizi. Superfici con bordo. Teorema di Stokes (o del rotore). Teorema della divergenza nello spazio.

Massimi e minimi vincolati. Cenni sul Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

Alla prova orale verranno poste tre domande: 1) enunciare un teorema o una definizione; 2) illustrare una dimostrazione; 3) risolvere un breve esercizio.

Padova, 19 Gennaio 2010
Roberto Monti