

Nome:

Consegna entro 5 Marzo

**Esercizio 1** Verificare le seguenti identità:

$$\int_{\mathbb{R}^n} \frac{1}{(|x|^2 + 1)^{(n+1)/2}} dx = n\omega_n \int_0^{\pi/2} \sin^{n-1} \vartheta d\vartheta = \frac{(n+1)\omega_{n+1}}{2}.$$

**Esercizio 2** (Teorema di Liouville) Provare che una funzione armonica e non negativa in  $\mathbb{R}^n$ ,  $n \geq 2$ , è costante.

**Esercizio 3** Siano  $\Omega_1, \Omega_2 \subset \mathbb{C}$  insiemi aperti e sia  $f : \Omega_1 \rightarrow \Omega_2$  una funzione olomorfa. Provare che se  $u$  è armonica in  $\Omega_2$ , allora  $v = u \circ f$  è armonica in  $\Omega_1$ .

**Esercizio 4** (Teorema di Liouville in  $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ ) Provare che una funzione armonica e non negativa in  $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$  è costante.