



# **ALGORITMO PER IL PROBLEMA DEI CORSI**

Francesca Rossi

7.9.2011

# Modellazione del problema

- Dati per ogni dipendente e corso
  - Opportune variabili e domini per tali variabili
- Vincoli su corsi/docenti/gruppi di studenti
- Priorita' per composizione gruppi di studenti
  - Ogni vincolo con funzione di costo, che indica il costo della sua violazione
- Qualita' di una soluzione (assegnamento di valori a variabili): somma dei costi dei vincoli violati

# Due fasi per la risoluzione del problema

## Fase 1: Trovare una soluzione

- Istanza una variabile alla volta senza violare i vincoli
- Importante: ordine delle variabili, ordine dei valori nei domini delle variabili
- Se c'è una soluzione ai vincoli irrinunciabili, la trova

# Fase 1: Trovare una soluzione

Per ogni variabile:

- Scegli un valore dal suo dominio
- Se compatibile con altre variabili assegnate, ok; altrimenti scegli un altro valore. Finche'
- Un valore e' compatibile → assegna questa variabile
- Nessun valore va bene → ritratta la scelta del valore della variabile precedente

Finisce in uno di due casi:

- Una soluzione viene trovata
- Non c'e' piu' nessun valore da provare per nessuna variabile

# Fase 1: Esempio

- Problema con 4 variabili:  $x_1, \dots, x_4$
- Dominio:  $\{1, 2, 3\}$  uguale per tutte le variabili
- Vincoli:  $x_1 \neq x_2, x_2 \neq x_3, x_3 \neq x_4, x_2 \neq x_4$
- Applico l'algoritmo: Istanziro le variabili con indice crescente e scelgo i valori dal piu' piccolo al piu' grande:
- Ottiene una delle soluzioni:  $\langle x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 1, x_4 = 3 \rangle$

Come ottenerla:

$x_1=1,$

$x_2=1$  non va bene, quindi  $x_2=2,$

$x_3=1$

$x_4=1$  no,  $x_4=2$  no,  $x_4=3$

Se solo due valori (1 e 2) per tutte le variabili:

$X_1=1$

$X_2=1$  no,  $x_2=2$

$X_3=1$

$X_4=1$  no,  $x_4=2$  no

Ritratto  $x_3=1$ :  $x_3=2$  no

Ritratto  $x_2=2$

Ritratto  $x_1=1$ , quindi  $x_1=2$

$x_2=1$

$X_3=1$  no,  $x_3=2$

$X_3=1$  no,  $x_3=2$

$X_4=1$  no,  $x_4=2$  no → nessuna soluzione

# Fase 1: Trovare una soluzione

Per aumentare l'efficienza:

- Quando si assegna un valore ad una variabile, si eliminano dalle variabili non ancora istanziate tutti i valori che non sono compatibili con questo assegnamento

# Esempio (con tre valori)

- $X_1=1 \rightarrow$  tolgo 1 dal dominio di  $x_2$
- $X_2=2$  (subito, senza provare  $x_2=1$ )  $\rightarrow$  tolgo 2 dal dominio di  $x_3$  e  $x_4$
- $X_3=1$
- $X_4=1$

# Esempio (con due valori)

- $X_1=1 \rightarrow$  rimane 2 nel dominio di  $x_2$
- $X_2=2 \rightarrow$  rimane 1 nel dominio di  $x_3$  e  $x_4$
- $X_3=1 \rightarrow$  dominio di  $x_4$  diventa vuoto
- Ritratto  $x_3=1$
- Ritratto  $x_2=2$
- Ritratto  $x_1=1 \rightarrow x_1=2 \rightarrow$  Rimane 1 nel dominio di  $x_2$
- $X_2=1 \rightarrow$  rimane 2 nel dominio di  $x_3$  e  $x_4$
- $X_3=2 \rightarrow$  dominio di  $x_4$  diventa vuoto



# Ordine variabili/valori

- Prossima variabile da istanziare: minimo  $|\text{dominio}|/\text{grado}$
- $|\text{dominio}|$  = numero di valori dentro il dominio della variabile
- Grado: numero di vincoli che fanno riferimento a questa variabile
- Prossimo valore da provare:  
il piu' promettente per la soddisfazione dei vincoli

# Fase 2: migliorare la soluzione

- Data una soluzione, si vuole migliorarla attraverso dei piccoli cambiamenti (mosse possibili)
- Esempi di mosse:
  - Scambiare due studenti allocati in corsi diversi
  - Scambiare le date di due corsi
- Vicinato di una soluzione: tutte le soluzioni che possono essere ottenute da lei facendo una mossa
- Funzione di valutazione: ci dice quanto e' buona una soluzione
- Criterio di scelta nel vicinato: soluzione che massimizza la funzione, o la prima soluzione trovata che non e' peggiore della corrente
- Condizione di terminazione: numero massimo di passi, o tempo massimo, o soglia minima per la qualita' della soluzione
- In ogni momento, si ha la soluzione migliore trovata fino a quel momento
  - All'inizio, e' la soluzione trovata nella fase 1

# Fase 2: migliorare la soluzione

1. Se la condizione di terminazione e' soddisfatta, ci si ferma e si ritorna la soluzione corrente (la migliore soluzione trovata fino a quel punto);
2. Considerare la soluzione corrente  $s$
3. Passare ad un'altra soluzione nel vicinato di  $s$  usando una mossa e secondo il criterio di scelta nel vicinato
4. Se la si trova, ripartire dal passo 1 con la nuova soluzione; altrimenti, ritornare al passo 1 con una soluzione scelta a caso dal vicinato

# Garanzie

- L'algoritmo della fase 1 garantisce di trovare una soluzione, se c'è
- Può essere inefficiente per ottimizzare le preferenze
- L'algoritmo della fase 2 può non riuscire a trovare una soluzione ottima (a causa della condizione di terminazione, che è necessaria per evitare tempi troppo lunghi), ma in pratica trova una soluzione molto buona in poco tempo