

Corso di Calcolo Numerico e Programmazione
Esercitazione 1.
Sulla Soluzione di Equazioni non Lineari

Si vuole risolvere l'equazione $f(x) = 0$ con $f(x) = \exp(-x) - \sin(x)$, nell'intervallo $[0, 1]$ implementando un codice di calcolo automatico mediante l'uso di un foglio elettronico (Office) ed applicando i metodi del punto fisso, di Newton-Raphson e della Regula Falsi (secante variabile).

Si calcoli l'approssimazione x_k della radice a meno di una tolleranza $TOLL=10^{-8}$ e si verifichi l'ordine di convergenza dei metodi applicati mediante lo studio della stima del fattore di convergenza.

Modalità di risoluzione del problema:

- ◆ Come punto iniziale per i tre metodi si consideri $x_0 = 0$.
- ◆ Per applicare il metodo della Regula Falsi si consideri x_1 ottenuto dal metodo di Newton-Raphson.
- ◆ Per il metodo del punto fisso, si consideri l'opportuna funzione g tale che il punto fisso della funzione g risulti lo zero della funzione f (ad esempio $g(x) = f(x) + \dots$).

Si realizzi una tabella elettronica con la seguente successione di colonne:

- ◆ Per il punto fisso:
 - 1^a colonna) l'indice di iterazione k (partendo da 0 per x_0);
 - 2^a colonna) l'approssimazione x_k ;
 - 3^a colonna) il valore $g(x_k)$;
 - 4^a colonna) lo scarto tra due approssimazioni successive $d_k = |x_k - x_{k-1}|$;
 - 5^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $asint1 = d_k/d_{k-1}$
 - 6^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $asint2 = |g'(x_k)|$.
- ◆ Per il metodo di Newton-Raphson:
 - 1^a colonna) l'indice di iterazione k ;
 - 2^a colonna) l'approssimazione x_k ;

- ➡ 3^a colonna) il valore $f(x_k)$;
- ➡ 4^a colonna) il valore $f'(x_k)$;
- ➡ 5^a colonna) lo scarto d_k ;
- ➡ 6^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $asint1 = d_k/d_{k-1}^2$
- ➡ 7^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $asint2 = \left| \frac{f''(x_k)}{2f'(x_k)} \right|$

◆ per il metodo della Regula Falsi:

- ➡ 1^a colonna) l'indice di iterazione k ;
- ➡ 2^a colonna) l'approssimazione x_k ;
- ➡ 3^a colonna) il valore $f(x_k)$;
- ➡ 4^a colonna) il valore $\frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$;
- ➡ 5^a colonna) lo scarto d_k ;
- ➡ 6^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $asint1 = d_k/d_{k-1}^{1.618}$
- ➡ 7^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $asint2 = \left| \frac{f''(x_k)}{2f'(x_k)} \right|^{0.618}$

Per ogni metodo, si proceda nelle iterazioni fino a quando $d_k < \text{TOLL}$.

Si utilizzi un formato scientifico con 5 cifre decimali dopo la virgola per la rappresentazione degli scarti, e un formato numerico con 9 cifre decimali altrove.

Si riporti in grafico semilogaritmico lo scarto in funzione delle iterazioni, realizzando un unico grafico in cui vi siano le curve relative ai tre metodi. ◻

Si costruisca, inoltre, il grafico della funzione f in $[0, 1]$, discretizzando l'intervallo con passo 0.05.

Applicazione in FORTRAN:

Lo stesso problema venga risolto con l'esecuzione di programmi FORTRAN sul metodo del punto fisso, Newton-Raphson e Regula Falsi. Si stampino su file i risultati ottenuti dall'esecuzione di tali programmi.

Relazione:

Tutti i risultati ottenuti siano opportunamente discussi scrivendo una breve relazione in un documento di testo, in cui si descrive il problema, le approssimazioni ottenute con i tre metodi, il numero delle iterazioni richieste per soddisfare il criterio di stop, e l'ordine di convergenza (includendo e descrivendo i grafici). Si allegghino: la tabella elettronica utilizzata per risolvere il problema proposto, i programmi FORTRAN e i risultati da essi ottenuti. ◻