

RADICI DI EQUAZIONI

MANOLO VENTURIN

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIP. DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

A. A. 2007/2008

INDICE

- Esempi di equazioni
- Separazione grafica delle radici
- Metodo di bisezione
- Esempio di bisezione

Equazioni

- Obiettivo: metodi per approssimare equazioni non lineari, in una sola incognita del tipo

$$f(x) = 0$$

- La x viene detta **zero** della funzione $f(x)$;
- Nel caso di polinomi la x è detta radice ed $f(x)$ è detto polinomio e viene indicato con $P(x)$

Equazioni: esempi

- Equazioni non lineari

$$f(x) = x \sin(x) - x$$

- Polinomio

$$P(x) = x^4 - 2x^2 + x + 3.4$$

Separazione grafica delle radici

- Serve ad individuare un intervallo in cui è contenuta una radici;
- Ciò è reso necessario dal fatto che alcuni metodi utilizzano un intervallo per approssimare la radice che stiamo cercando;
- Il metodo di bisezione richiede un intervallo contenente una sola radici in cui gli estremi siano di segno opposto.

Separazione grafica delle radici

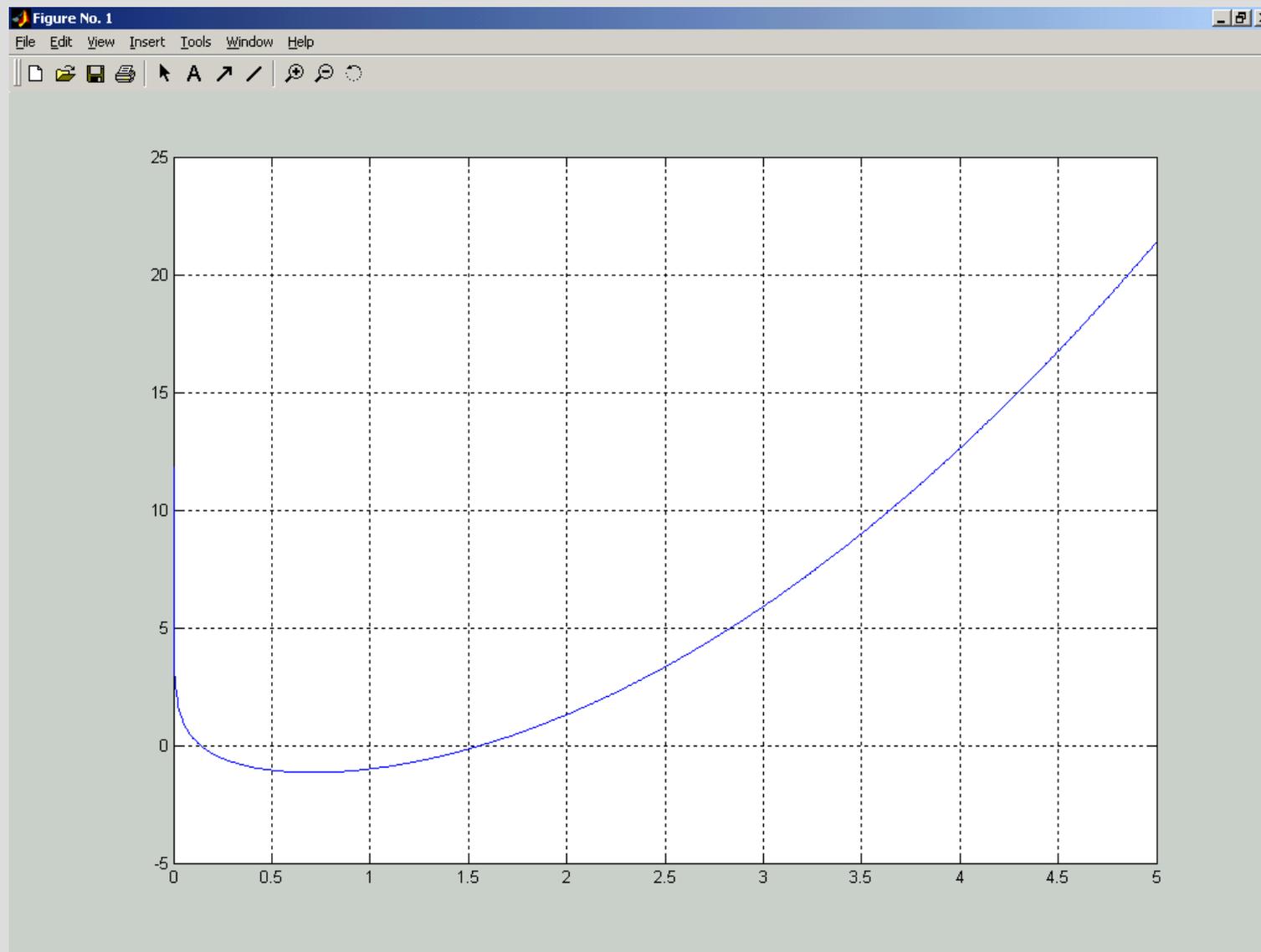
- Esempio:
Cerchiamo degli intervalli per gli zeri della
funzione

$$x^2 - 2 - \log(x) = 0$$

Separazione grafica delle radici

```
>> % file: sepgraph.m  
>> x = linspace(1e-6,5,1000);  
>> y = x.^2-2-log(x);  
>> plot(x,y);  
>> grid on
```

Separazione grafica delle radici



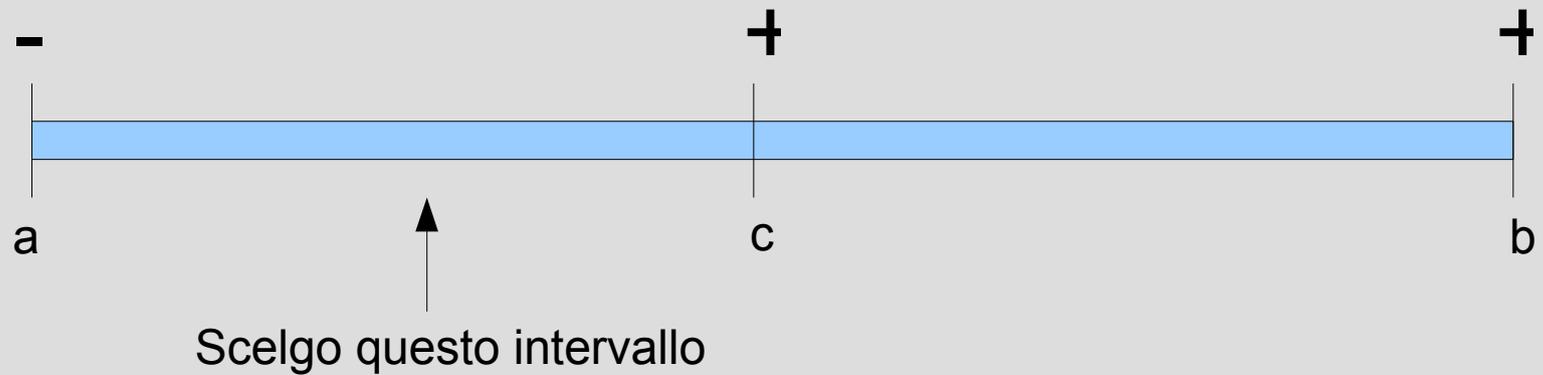
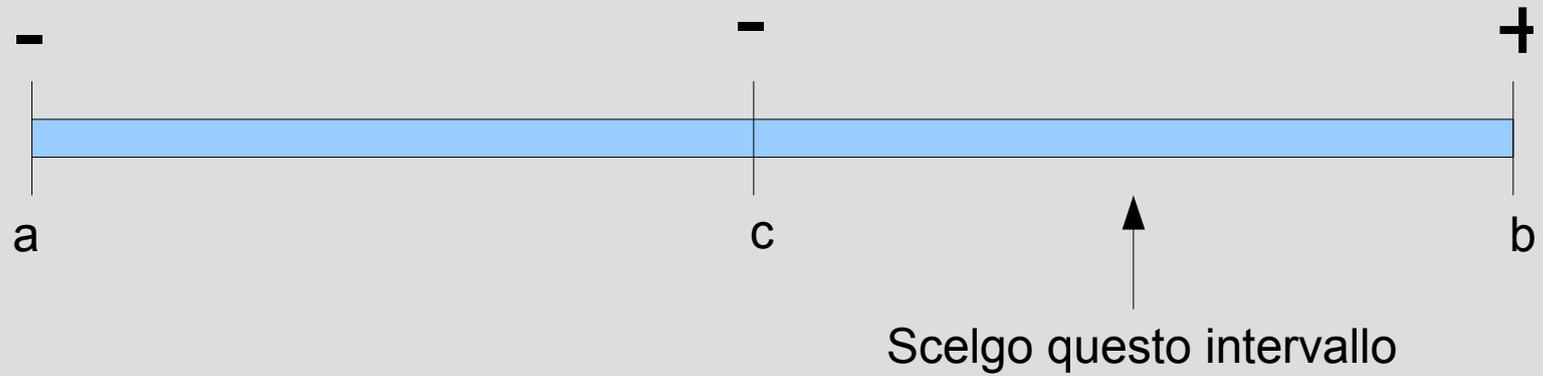
Separazione grafica delle radici

- Si vede che ci sono due intervalli:
 - primo intervallo $[0.13, 0.14]$
 - secondo intervallo $[1.5, 1.6]$

Metodo di bisezione

- Metodo che converge ad una radice presente nell'intervallo $[a,b]$;
- Si richiede che $f(x)$ sia continua e $f(a)$ ed $f(b)$ abbiano segno discordi;
- Dall'intervallo $[a,b]$ si costruisce un nuovo intervallo che contiene la radice;
- Per fare questo si valuta la funzione in f nel punto di mezzo dell'intervallo e si vede il segno della funzione e si scarta l'intervallo con i segni concordi.

Metodo di bisezione



Metodo di bisezione

- Regola per la determinazione dell'intervallo

Se $f(a) \cdot f(c) < 0$

allora $a_{new} = a$

$$b_{new} = c$$

altrimenti $a_{new} = c$

$$b_{new} = b$$

Metodo di bisezione

- Test di arresto

- Intervallo: $|a - b| < \textit{tolleranza}$

- Numero massimo di iterazioni

Metodo di bisezione

- Vedere il file `bisezione.m`
- Vedere il file `mainbis.m`

Metodo di bisezione

- Errore del metodo di bisezione

Si può dimostrare che l'errore del metodo di bisezione è lineare cioè è della forma

$$|\epsilon_{n+1}| = c \cdot |\epsilon_n|$$

Metodo di bisezione

- Esercizio provare il metodo sulla equazione

$$f(x) = \sin(x) - x$$