

# EQUAZIONI NON LINEARI NEWTON

MANOLO VENTURIN

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
DIP. DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

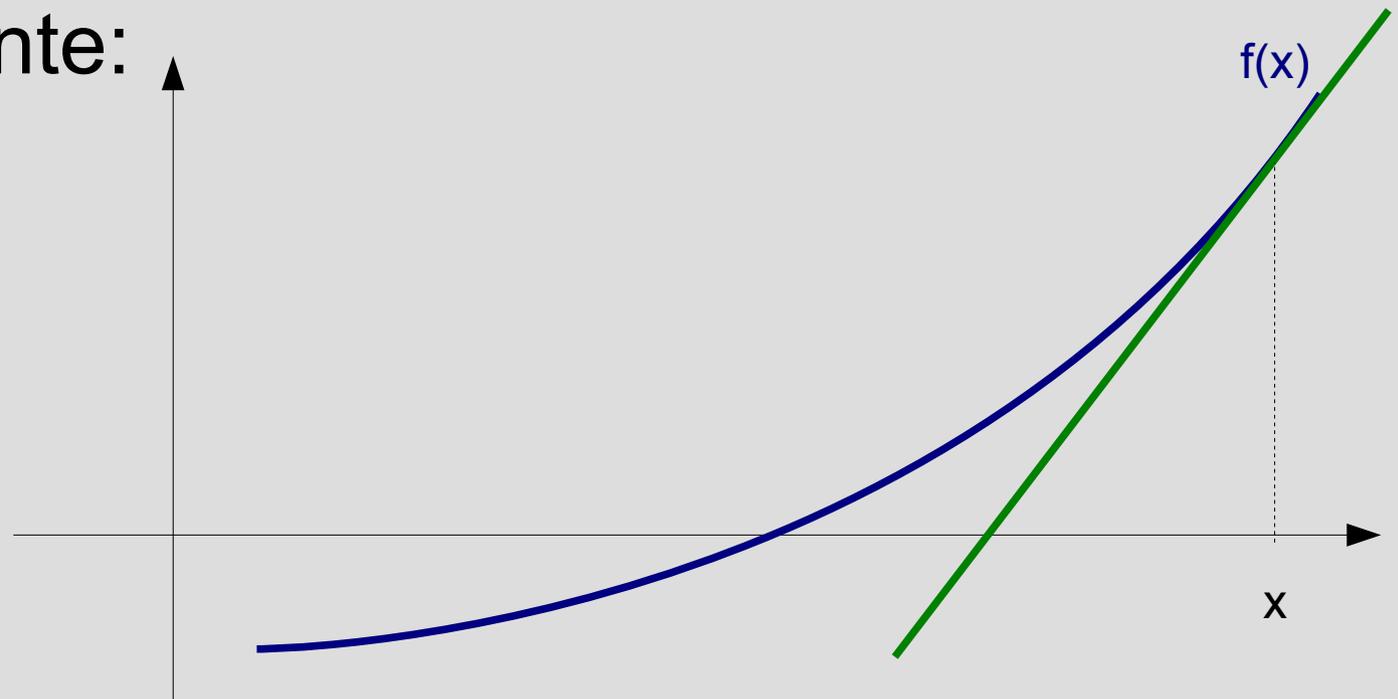
A. A. 2007/2008

# INDICE

- Metodo di Newton
- Esempi

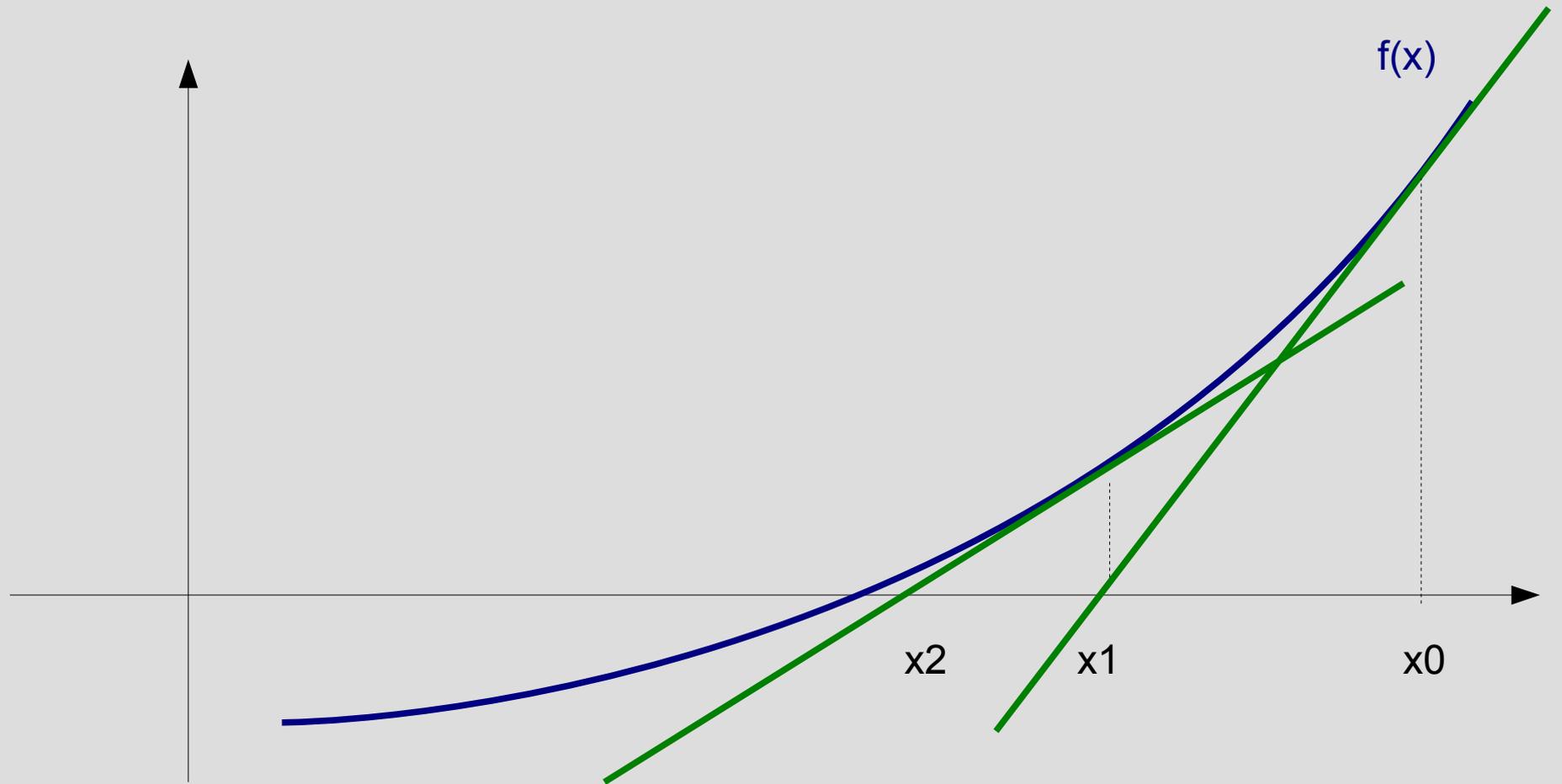
# NEWTON IDEA BASE

- Idea: Approssimo la funzione sul punto dato mediante la retta tangente alla funzione stessa e cerco lo zero.
- Poi itero lo stesso procedimento  
Graficamente:



# NEWTON

## ESEMPIO GRAFICO



# NEWTON RETTA TANGENTE

L'equazione della retta tangente per il punto

$$(x_n, f(x_n))$$

è data da

$$y = mx + q$$

dove

$$m = f'(x_n) \quad e \quad q = f(x_n) - f'(x_n) \cdot x_n.$$

# NEWTON RETTA TANGENTE

Quindi l'equazione della retta tangente diventa

$$y = f'(x_n) \cdot (x - x_n) + f(x_n)$$

Per trovare lo zero impongo

$$y = 0$$

quindi si ottiene il valore della  $x$

$$x = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

# NEWTON FORMULA DI ITERAZIONE

Questa formula suggerisce lo schema iterativo:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

# NEWTON TEST ARRESTO

- Test di arresto

- Intervallo:  $|x_{n+1} - x_n| < \textit{tolleranza}$

- Numero massimo di iterazioni

# NEWTON INPUT/OUTPUT

- **INPUT**

funzione

Derivata della funzione

Punto iniziale

Numero massimo di iterazioni

Tolleranza

- **OUTPUT**

Soluzione

Numero totale di iterazioni

# NEWTON

## PREGI/DIFETTI

- **PREGI**
  - Quando converge, converge quadraticamente (**una bomba!**)
- **DIFETTI**
  - Necessita del punto iniziale scelto accuratamente!

L'algorithmo è implementato nel file **newton.m**.

# NEWTON

## SCELTA PUNTO INIZIALE

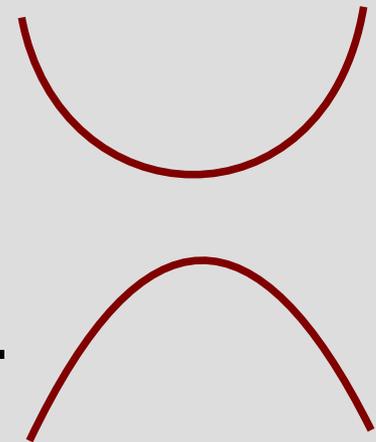
- Separare graficamente gli zeri ed individuare un intervallo opportuno dove sono;
- La scelta dell'estremo sinistro o destro dell'intervallo dipende dalla derivata prima e seconda della funzione;
- In particolare se il prodotto della derivata prima per la derivata seconda è positivo scelgo l'estremo destro altrimenti il sinistro.

# NEWTON

## SCELTA PUNTO INIZIALE

- Ricordiamo che se  $f'(x) > 0$ , i.e. la derivata prima della funzione è maggiore di zero, allora la funzione è crescente altrimenti è decrescente;
- Se  $f''(x) > 0$ , i.e. la derivata seconda della funzione è maggiore di zero, allora la funzione è concava verso l'alto,

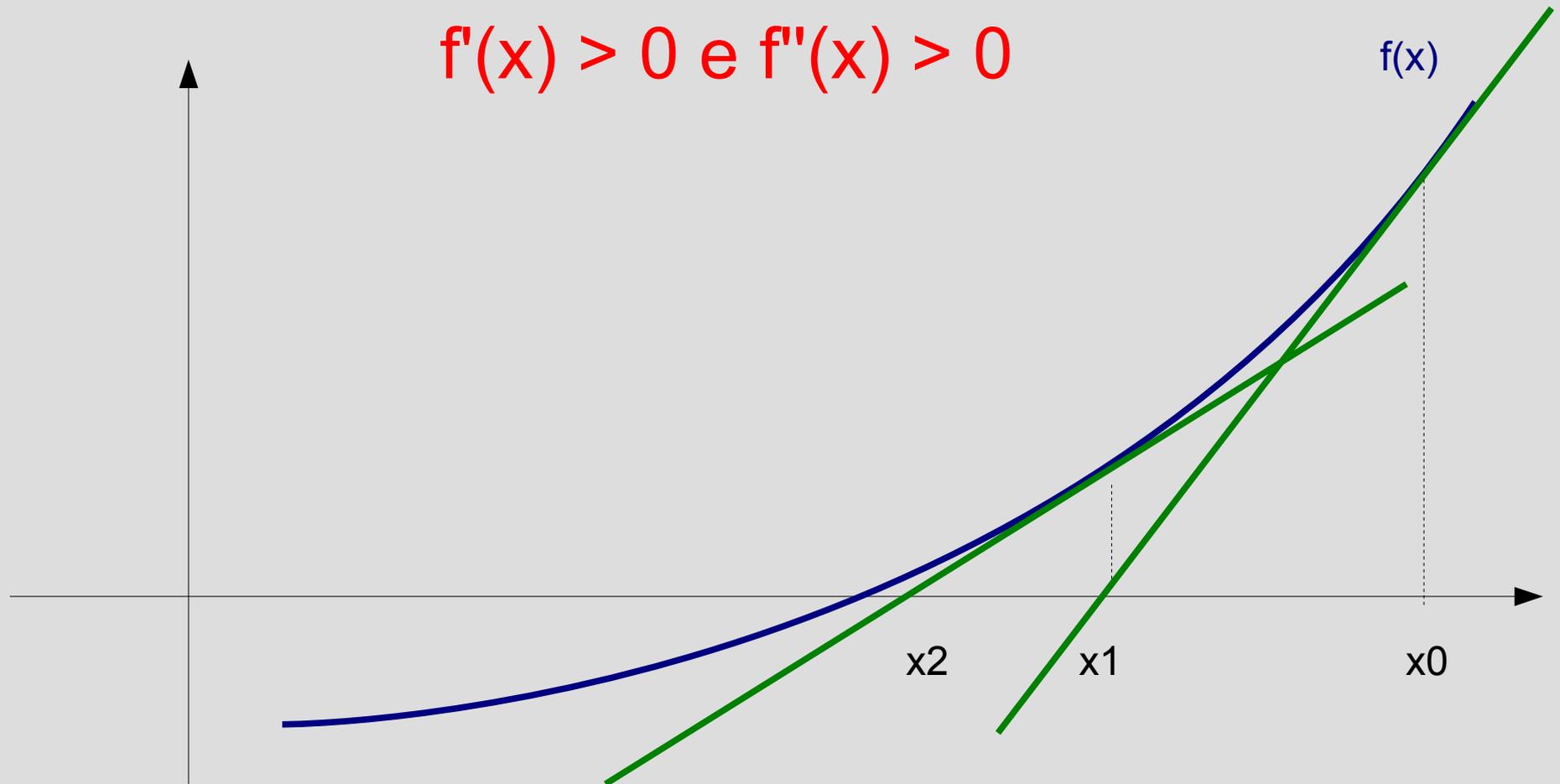
altrimenti è concava verso il basso.



# NEWTON

## SCELTA PUNTO INIZIALE

$$f'(x) > 0 \text{ e } f''(x) > 0$$

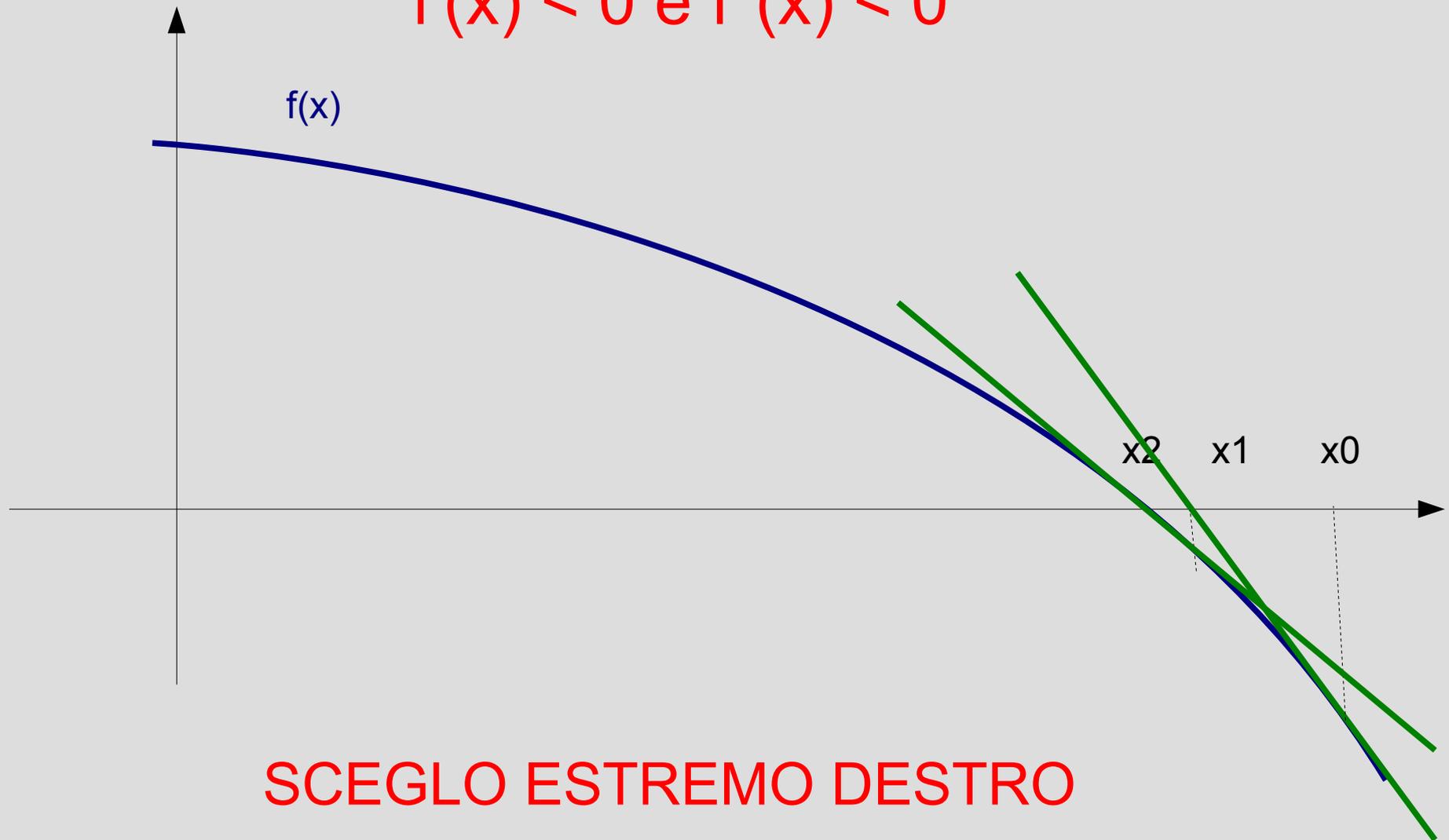


SCEGLIO ESTREMO DESTRO

# NEWTON

## SCELTA PUNTO INIZIALE

$$f'(x) < 0 \text{ e } f''(x) < 0$$



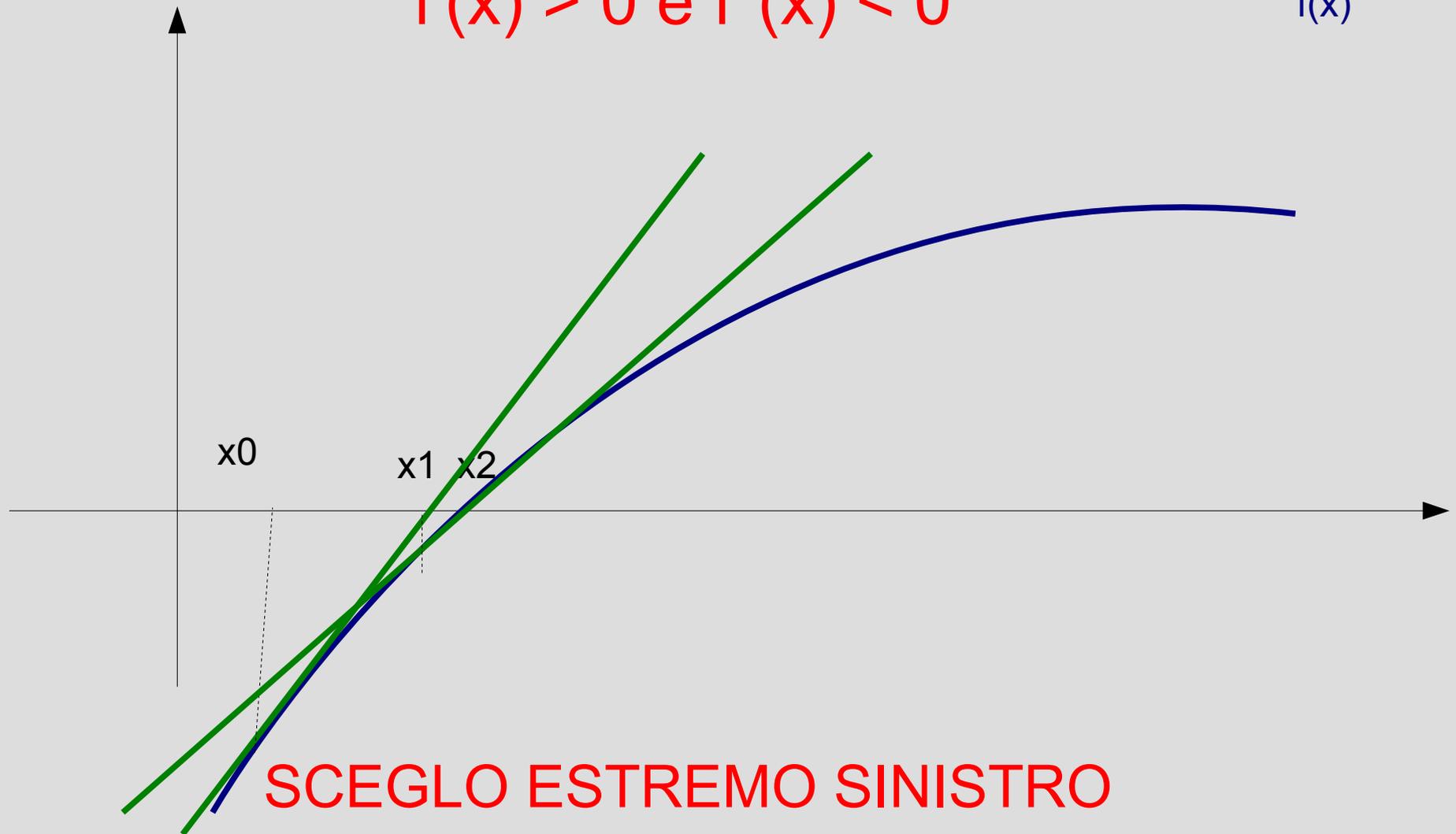
SCEGLIO ESTREMO DESTRO

# NEWTON

## SCELTA PUNTO INIZIALE

$$f'(x) > 0 \text{ e } f''(x) < 0$$

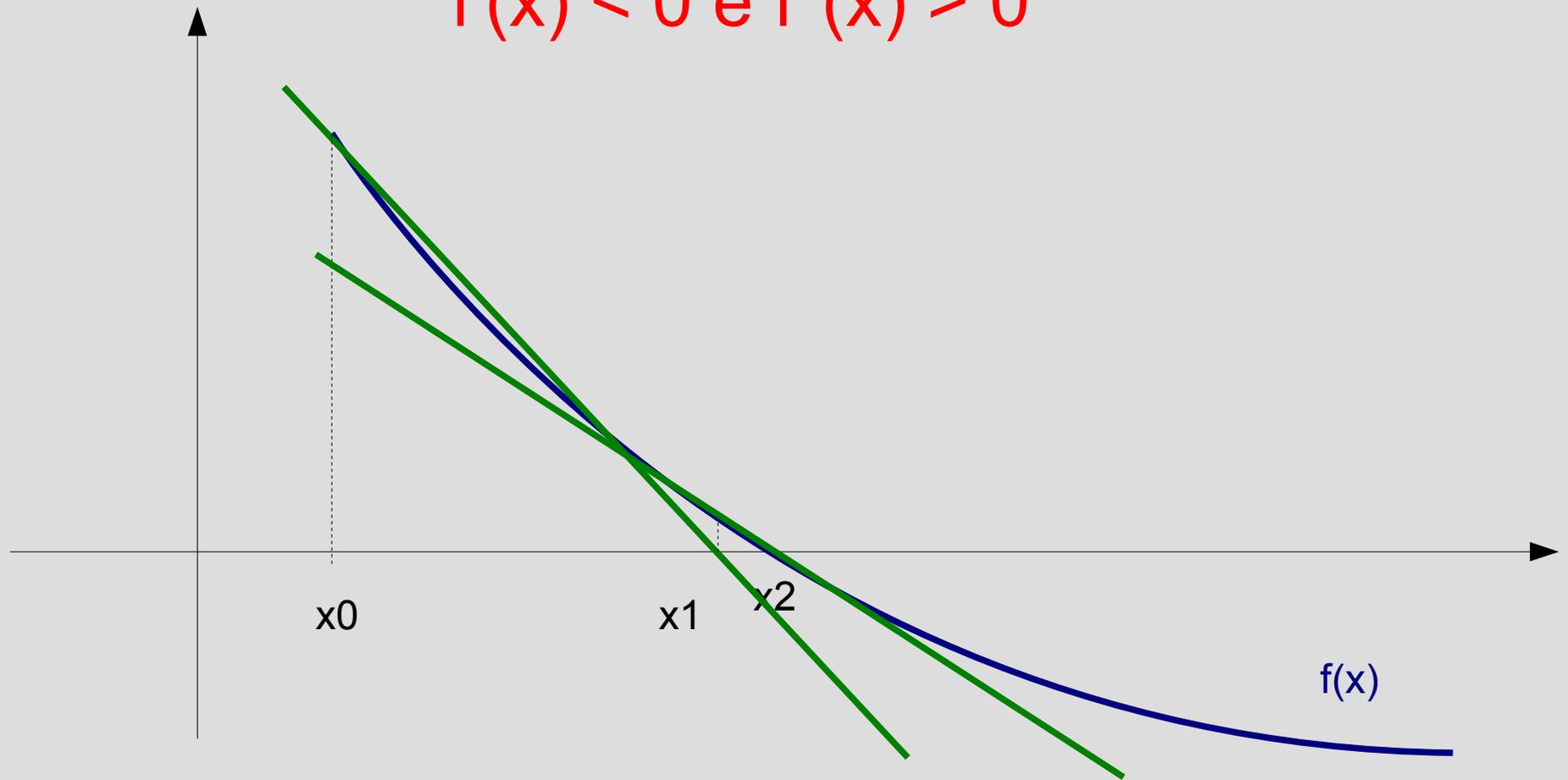
$f(x)$



# NEWTON

## SCELTA PUNTO INIZIALE

$$f'(x) < 0 \text{ e } f''(x) > 0$$



SCEGLIO ESTREMO SINISTRO