

# INTERPOLAZIONE ESTRAPOLAZIONE

MANOLO VENTURIN

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
DIP. DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

A. A. 2007/2008

# INDICE

- Polinomi
- Interpolazione
- Approssimazione ai minimi quadrati

# POLINOMI ESEMPIO

- Esempio di polinomio:

$$P(x) = 3x^4 + 3x^2 + 2x + 1.1$$

- Questo polinomio a **grado** 4.
- In questo polinomio manca il termine di grado 3.

# POLINOMI

## DEFINIZIONI

- In generale un polinomio è della forma

$$P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$$

- Il grado è  $n$ ;
- $a_i$  sono detti i coefficienti del polinomio.

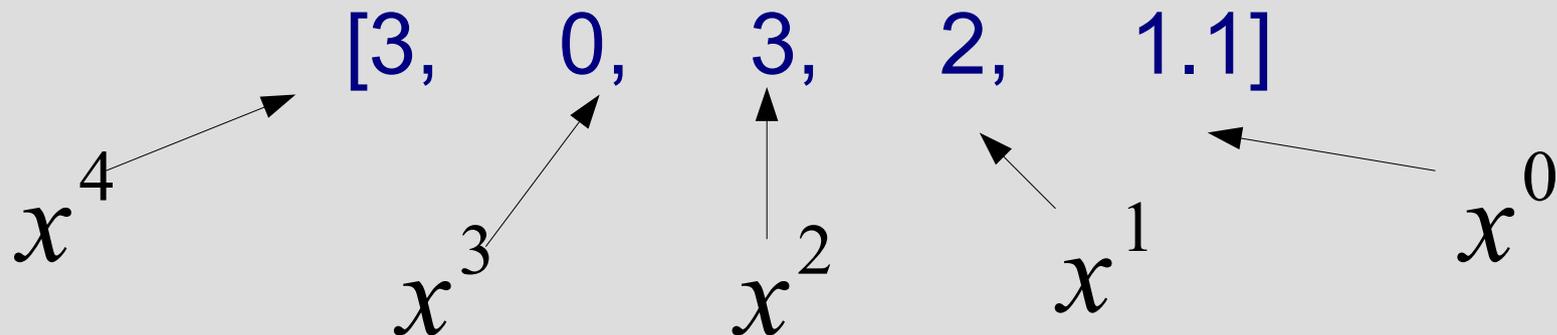
# POLINOMI

## ESEMPIO MEMORIZZAZIONE

- **Memorizzazione:** solo i coefficienti (anche quelli eventualmente zero) su un vettore.

$$P(x) = 3x^4 + 3x^2 + 2x + 1.1$$

- Memorizzo su un vettore i termini



# POLINOMI MEMORIZZAZIONE

- Per memorizzare un polinomio del tipo

$$P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$$

mi serve un vettore di dimensione  $n+1$  dove memorizzo i suoi coefficienti  $a_i$ .

# POLINOMI OPERAZIONI

- **+** : Somma di due polinomi
- **-** : Differenza di due polinomi
- **CONV** : Moltiplicazione di due polinomi;
- **DECONV** : Divisione di due polinomi;
- **POLYVAL** : Valutazione di un polinomio su un punto;
- **ROOTS** : Radici di un polinomio;

# POLINOMI

- Si veda il file `polyes.m` per un esempio di tutte le operazioni precedenti sui polinomi

# INTERPOLAZIONE

- PROBLEMA:  
Dati  $m+1$  coppie  $(x_i, y_i)$ , il problema dell'interpolazione consiste nel trovare una funzione incognita  $P$  tale che  $P(x_i) = y_i$  in tutti gli  $m+1$  punti.
- Diverse classi di interpolazioni esistono:
  - Interpolazione polinomiale
  - Interpolazione trigonometrica
  - Spline

# INTERPOLAZIONE POLINOMIALE

- TEOREMA:

Dati  $n+1$  punti distinti  $(x_i)$  con i rispettivi valori  $y_i$ , allora esiste un unico polinomio  $P$  di grado  $n$  tale che  $P(x_i) = y_i$  per ogni punto.

- Il polinomio  $P(x)$  avrà la forma

$$P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$$

# INTERPOLAZIONE POLINOMIALE

- La routine MatLab che esegue l'interpolazione polinomiale é POLYFIT con i seguenti parametri:

```
p = polyfit(x,y,length(x)-1);
```

# APPROSSIMAZIONE AI MINIMI QUADRATI

- PROBLEMA:

Dati  $m+1$  coppie  $(x_i, y_i)$ , il problema dell'approssimazione ai minimi quadrati consiste nel trovare una funzione incognita  $P$  tale che l'errore della funzione rispetto ai punti  $y_i$  sia minimo.

- Formalmente 
$$\sum_i [p(x_i) - y_i]^2$$

sia minimo fissata il tipo di polinomio scelto.

# APPROSSIMAZIONE AI MINIMI QUADRATI

- La routine MatLab che esegue l'interpolazione polinomiale é POLYFIT con i seguenti parametri:

`p = polyfit(x,y,n);`

- Dove  $n$  è il grado del polinio interpolante; nel caso in  $n$  coindida con il numero di punti meno uno ho l'approssimazione polinomiale;
- Se  $n = 1$  ho la retta dei minimi quadrati.